

**Кафедра фізико-математичних дисциплін
Національного університету цивільного захисту України**

ФІЗИКА

Довідник

Розділи:

Магнітне поле. Електромагнетизм.

Коливання, хвилі і хвильові явища.

Елементи квантової механіки.

**Фізика атома й атомного ядра. Елементи фізики
твердого тіла**

Харків 2018

Рекомендовано до друку вченою
радою НУЦЗ України
Протокол від 26.04.18. № 8

Укладачі: В. Г. Борисенко, Ю.Ф. Деркач, В.І. Кривцова, К.Р. Умеренкова

Рецензенти: кандидат фізико-математичних наук О.М. Савченко, доцент кафедри загальної фізики Харківського національного університету ім. В. Н. Каразіна;
доктор фізико-математичних наук, професор І.К. Кириченко, професор кафедри фізико-математичних дисциплін НУЦЗ України.

Фізика. Розділи: Магнітне поле. Електромагнетизм. Коливання, хвилі і хвильові явища. Елементи квантової механіки. Фізика атома і атомного ядра. Елементи фізики твердого тіла: довідник./ Укладачі: В. Г. Борисенко, Ю.Ф. Деркач, В.І. Кривцова, К.Р. Умеренкова. – Х.: НУЦЗУ, 2018. – 120 с.

У довіднику наведений короткий систематизований виклад основних розділів курсу загальної фізики. У кожному розділі дані визначення основних фізичних понять, сформульовані основні фізичні закони і явища. Після кожного розділу наведені приклади розв'язування типових задач. У додатку наведені основні фундаментальні константи і короткі табличні відомості про чисельні значення фізичних величин, що найбільш часто зустрічаються при розв'язуванні задач.

Для студентів нефізичних спеціальностей вузів.

ЗМІСТ

Передмова	4
Розділ 4. Магнітне поле. Магнітостатика. Електромагнетизм	5
4.1 Магнітне поле. Вектор магнітної індукції	5
4.2 Закон Біо - Савара – Лапласа. Магнітне поле провідника з струмом	6
4.3 Сила Лоренца. Рух зарядженої частинки в однорідному магнітному полі	9
4.4 Закон Ампера. Провідник з струмом у магнітному полі	11
4.5 Циркуляція вектора індукції магнітного поля. Магнітний потік	13
4.6 Магнітне поле в речовині. Напруженість магнітного поля	14
4.7 Явище електромагнітної індукції. Закон Фарадея	16
4.8 Самоіндукція і взаємоіндукція. Індуктивність	18
4.9 Енергія магнітного поля	19
Приклади розв'язування задач	20
Розділ 5. Коливання, хвилі і хвильові явища	28
5.1 Гармонічні коливання	28
5.2 Додавання гармонічних коливань	30
5.3 Вільні коливання	32
5.4 Згасаючі коливання	35
5.5 Вимушені коливання	38
5.6 Хвилі. Основні властивості хвиль. Рівняння хвилі	39
5.8 Електромагнітні хвилі	42
5.9 Хвильові процеси. Інтерференція світла	45
5.10 Стоячі хвилі	48
5.11 Поняття про когерентність реальних хвиль. Інтерференція світла в тонких плівках	49
5.12 Явище дифракції. Принцип Гюйгенса – Френеля і метод зон Френеля	50
5.13 Дифракція на щілині. Дифракційні решітки	52
5.14 Природне і поляризоване світло. Поляризація світла при відбитті від границі розділу двох діелектриків	55
5.15 Подвійне заломлення променів. Призма Ніколя. Закон Малюса	57
5.16 Поняття про дисперсію і поглинання світла	59
Приклади розв'язування задач	60
Розділ 6. Елементи квантової механіки. Фізика атома й атомного ядра	69
6.1 Теплове випромінювання	69
6.2 Зовнішній фотоэффект. Рівняння Ейнштейна	72
6.3 Корпускулярно-хвильовий дуалізм світла. Гіпотеза де Бройля	74
6.4 Співвідношення невизначеностей	75
6.5 Хвильова функція. Рівняння Шредінгера	76
6.6 Квантовомеханічний опис атома водню. Спін електрону	77
6.7 Спектр атома водню	79
6.8 Багатоелектронні атоми	81

6.9 Рентгенівське випромінювання	83
6.10 Склад атомних ядер.....	85
6.11 Енергія зв'язку ядер.....	85
6.12 Радіоактивність.....	87
Приклади розв'язування задач	89
Розділ 7. Елементи фізики твердого тіла	98
7.1 Енергетичні зони в кристалах	98
7.2 Розподіл Фермі-Дірака. Електропровідність металів.....	101
7.3 Власна електропровідність напівпровідників	104
7.4 Домішкова електропровідність напівпровідників	106
7.5 Фотопровідність	109
7.6 Робота виходу. Контактна різниця потенціалів	110
7.7 Електронно-дірковий перехід	111
Приклади розв'язування задач	114
Додаток	117
Література.....	119

ПЕРЕДМОВА

Фізика належить до фундаментальних дисциплін і є базовою для успішного вивчення загальноінженерних і спеціальних дисциплін у технічному вузі. Останнім часом спостерігаються істотні зміни в організації процесу викладання у вузі. Зокрема, акцент переноситься з аудиторної підготовки на самостійну підготовку. В зв'язку з цим зростає роль методичної і довідкової літератури, що сприяє більш продуктивній організації самостійної роботи студентів.

Пропонований довідник з фізики покликаний дати систематизовано і у короткій формі основні відомості про явища, визначення фізичних величин, закони і закономірності фізики, забезпечивши тим самим базу для самостійної підготовки до розв'язування задач з фізики, проведення лабораторних робіт та підготовки до контрольних робіт. З цією метою після кожного розділу наведені приклади розв'язування типових задач за тематикою розділу. Малюнки і таблиці пояснюють і доповнюють текст.

Необхідні відомості про фундаментальні величини, фізичні константи, властивості матеріалів наведені в додатку. Значення фізичних величин у довіднику наводяться здебільшого в Інтернаціональній системі одиниць.

Хоча опис експериментального матеріалу має важливу роль в курсі фізики, у довіднику він свідомо опущений. Також опущені і деякі питання, які були розглянуті в курсі фізики середньої школи.

Довідник не може бути заміною систематичного і повного викладу курсу фізики і розрахований на допомогу студентам нефізичних спеціальностей під час самостійного вивчення дисципліни.

Автори

РОЗДІЛ 4

МАГНІТНЕ ПОЛЕ. МАГНІТОСТАТИКА. ЕЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

Фізична величина	Позначення величини	Розмірність величини в СІ (позначення одиниці)
Індукція магнітного поля	B	кг/Ас ² (Тл)
Магнітний момент замкненого плоского контуру з струмом	p_m	Ам ²
Вектор намагніченості	J	А/м
Напруженість магнітного поля	H	А/м
Потік вектора індукції магнітного поля (магнітний потік)	Φ	кгм ² / Ас ² (Вб)
Коефіцієнт самоіндукції (індуктивність)	L	кгм ² / А ² с ² (Гн)
Магнітна стала	μ_0	Гн/м

ОСНОВНІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

4.1 Магнітне поле. Вектор магнітної індукції

Джерелами магнітного поля є: електричні заряди, що рухаються (провідники з електричним струмом, намагнічені тіла) і змінні в часі електричні поля.

Проявляє себе магнітне поле в тому, що створює силову дію на електричні заряди, що рухаються в ньому, розміщені в ньому провідники зі струмом та намагнічені тіла.

Силовою характеристикою магнітного поля є *вектор індукції \vec{B} магнітного поля (вектор магнітної індукції)*. Чисельне значення індукції B магнітного поля можна визначити як відношення максимального значення сили F_{\max} , що діє з боку магнітного поля на точковий електричний заряд, який рухається в ньому, до добутку величини заряду q на швидкість v його руху

$$B = \frac{F_{\max}}{qv}. \quad (4.1)$$

Вектор \vec{B} спрямований при максимальному значенні сили і позитивному заряді q перпендикулярно до площини, у якій розташовані вектори \vec{v} і \vec{F}_{\max} так, що з кінця вектора \vec{B} обертання від напрямку \vec{F}_{\max} до напрямку \vec{v} відбувається проти годинникової стрілки (рис. 4.1).

Стосовно до магнітного поля, як і до електричного, виконується принцип суперпозиції: вектор індукції \vec{B} магнітного поля, що породжується декіль-

кома джерелами, дорівнює векторній сумі індукцій \vec{B}_i магнітних полів, що породжуються кожним із джерел окремо, тобто

$$\vec{B} = \sum_i \vec{B}_i. \quad (4.2)$$

Графічно магнітні поля, подібно електричним, зображують за допомогою ліній магнітної індукції. *Лінією магнітної індукції* називається лінія, у кожній точці якої вектор магнітної індукції \vec{B} спрямований за дотичною до неї. Як і у випадку електричного поля, число ліній магнітної індукції, що перетинають площину одиничної площі, яка орієнтована перпендикулярно до ліній, дорівнює чисельному значенню магнітної індукції. Однак, на відміну від потенціального електростатичного поля, магнітне поле є вихровим і лінії магнітної індукції завжди замкнені.

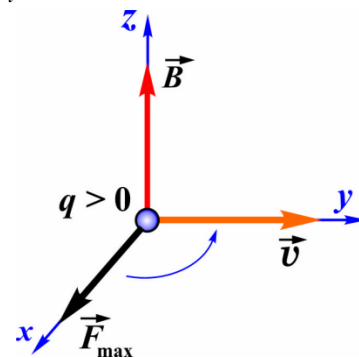


Рис. 4.1

4.2 Закон Біо - Савара – Лапласа. Магнітне поле провідника з струмом

Індукція магнітного поля \vec{B} ділянки AC довжиною l (рис. 4.2) тонкого провідника з струмом будь-якої геометричної форми може бути обчислена на підставі принципу суперпозиції як геометрична сума магнітних полів $d\vec{B}$, що створюються всіма елементарними ділянками струму (елементами струму), на які уявно можна розбити дану ділянку провідника з струмом, тобто

$$\vec{B} = \int_l d\vec{B}. \quad (4.3)$$

Елементом струму називається вектор $I d\vec{l}$, що дорівнює добутку сили струму I у провіднику і вектора $d\vec{l}$ елемента ділянки провідника, що збігається з напрямком струму в провіднику.

Вектор індукції $d\vec{B}$ магнітного поля, яке створюється у вакуумі елементом струму $I d\vec{l}$ (рис. 4.2), визначається *законом Біо - Савара - Лапласа*

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}, \quad (4.4)$$

де: \vec{r} – радіус-вектор, що проведений від елемента струму в ту точку, у якій визначається $d\vec{B}$; $r = |\vec{r}|$; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – *магнітна стала* (Гн – одиниця виміру індуктивності).

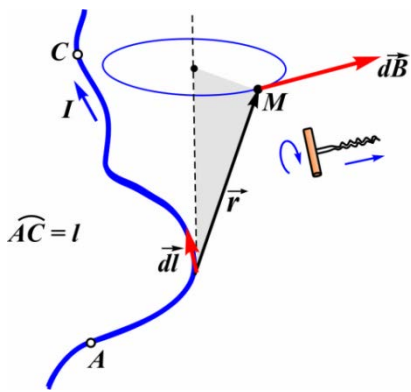


Рис. 4.2

В свою чергу, магнітне поле елемента струму можна розглядати як результат накладення магнітних полів, що створюються усіма носіями струму даного елемента. Тому що всі носії струму мають, наприклад, у металі однакові заряди і швидкості упорядкованого руху, то індукцію \vec{B} магнітного поля одного рухомого заряду q , що рухається у вакуумі (носія струму) можна визначити як $d\vec{B}/N$, де N – кількість носіїв струму в даному елементі. Тоді одержимо

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\vec{v} \times \vec{r}}{r^3}, \quad (4.5)$$

де q – заряд з урахуванням його знаку; \vec{r} – радіус-вектор, що проведений від заряду в точку простору, де визначається \vec{B} ; r – модуль радіуса-вектора.

Кількісні розрахунки значень індукцій магнітних полів, що створюються у вакуумі провідниками з струмом найпростіших геометричних форм з врахуванням (4.4) і (4.3), приводять до наступних результатів.

а) *Магнітне поле прямолінійного провідника з струмом.* Магнітна індукція B поля прямолінійної ділянки провідника з силою струму I у точці А, що розташована у вакуумі на відстані R від нього, дорівнює

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2), \quad (4.6)$$

де α_1 і α_2 – кути між елементами струму на кінцях даної ділянки і радіус-векторами \vec{r}_1 і \vec{r}_2 відповідно (рис. 4.3). Напрямок вектора \vec{B} в кожному разі визначається за допомогою принципу суперпозиції (4.3), але для прямолінійного провідника з струмом він може бути визначений за допомогою правила правого гвинта: якщо при обертанні гвинта, розташованого співвісно з провідником, його поступальний рух збігається з напрямком струму в провіднику, то напрямок вектора магнітної індукції збігається з напрямком руху кінця рукоятки гвинта (рис. 4.3). Лінії магнітної індукції в цьому випадку уявляють сімейство концентричних кіл з центрами на осі провідника (зображені пунктиром).

Якщо прямолінійний провідник досить довгий, то на невеликих відстанях від нього $\alpha_1 \rightarrow 0$, а $\alpha_2 \rightarrow \pi$, і вираз (4.6) для магнітної індукції B має вигляд

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}. \quad (4.7)$$

б) *Магнітне поле колового витка з струмом.* Магнітна індукція B поля на осі лінійного колового витка радіусом R з силою струму I на відстані h від його центру у вакуумі дорівнює

$$B = \frac{\mu_0 R^2 I}{2(R^2 + h^2)^{3/2}}. \quad (4.8)$$

Напрямок вектора \vec{B} визначається за допомогою правила правого гвинта (рис. 4.4): при обертанні рукоятки гвинта за напрямком струму у витку, його поступальний рух збігається з напрямком вектора \vec{B} .

У центрі витка $h = 0$ і магнітна індукція дорівнює

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}. \quad (4.9)$$

Будь-який плоский контур з струмом характеризують *магнітним моментом*, під яким розуміють вектор

$$\vec{p}_m = I\vec{S}, \quad (4.10)$$

де I – сила струму в контурі, а \vec{S} – вектор, що чисельно збігається з площею контуру, і спрямований перпендикулярно до площини контуру згідно з розглянутим вище правилом правого гвинта. Враховуючи це, вирази (4.8) і (4.9) можуть бути записані у векторній формі у вигляді рівностей

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \vec{p}_m}{2\pi(R^2 + h^2)^{3/2}} \quad (4.11)$$

та

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \vec{p}_m}{2\pi R^3} \quad (4.12)$$

відповідно.

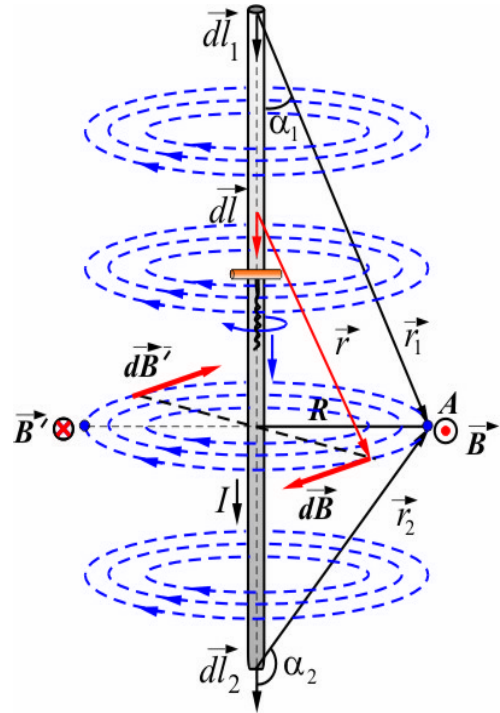


Рис. 4.3

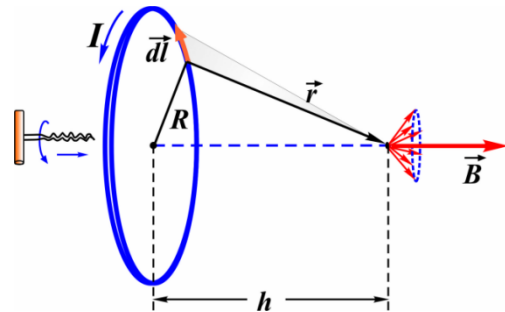


Рис. 4.4

в) *Магнітне поле соленоїда*. Соленоїд уявляє собою навиті впритул по спіралі на циліндричну поверхню ізольовані один від одного витки провідника з струмом (рис. 4.5). Магнітне поле в будь-якій точці на осі соленоїда може бути визначене як результат накладення в цій точці магнітних полів всіх витків, що приводить до виразу для індукції магнітного поля

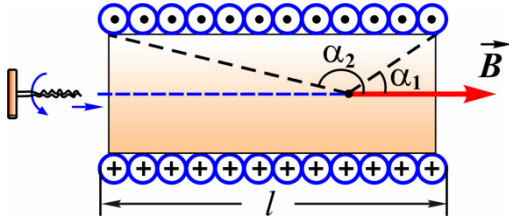


Рис. 4.5

$$B = \frac{\mu_0}{2} nI (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2), \quad (4.13)$$

де: n – число витків, що припадає на одиницю довжини соленоїда; I – сила струму в соленоїді; α_1 і α_2 – кути, під якими видно

кінці соленоїда з тієї точки, у якій визначається B .

Очевидно, що напрямок вектора \vec{B} магнітного поля соленоїда визначається за допомогою правила правого гвинта так само, як і для колового витка з струмом.

Якщо діаметр соленоїда багато менший його довжини, то вдалині від країв соленоїда $\alpha_1 \rightarrow 0$, а $\alpha_2 \rightarrow \pi$, і вираз для магнітної індукції B має вигляд

$$B = \mu_0 nI, \quad (4.14)$$

тобто всередині досить довгого соленоїда магнітне поле практично однорідне.

4.3 Сила Лоренца. Рух зарядженої частинки в однорідному магнітному полі

На електричний заряд, що рухається в магнітному полі, діє сила

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}, \quad (4.15)$$

де q – заряд з врахуванням його знаку, \vec{v} – швидкість руху заряду, \vec{B} – індукція магнітного поля. Цю силу називають *силою Лоренца*. Сила Лоренца завжди перпендикулярна до площини, в якій лежать вектори \vec{v} і \vec{B} . Це означає, що сила Лоренца завжди є силою доцентровою, її дія приводить тільки до зміни напрямку швидкості руху заряду. На рис. 4.6, а показаний напрямок вектора сили \vec{F} , що діє в магнітному полі на позитивний заряд, а на мал. 4.6, б – на негативний.

За наявності в просторі одночасно електричного поля з напруженістю \vec{E} і магнітного поля з індукцією \vec{B} на електричний заряд, що рухається, діє сила

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}, \quad (4.16)$$

яку прийнято також називати силою Лоренца.

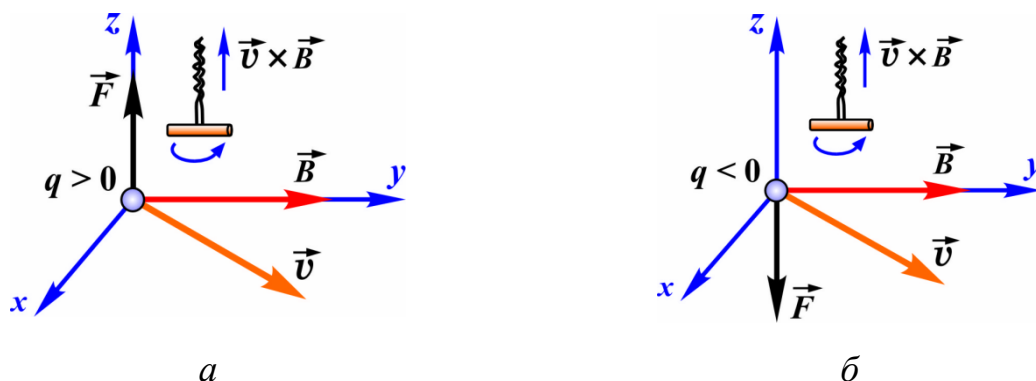


Рис. 4.6

Дія сили Лоренца при русі зарядженої частки в магнітному полі змінює траєкторію її руху. В найпростішому варіанті, коли магнітне поле однорідне, можливі наступні випадки.

а) Швидкість руху частинки паралельна або антипаралельна напрямку магнітного поля (рис. 4.7, а).

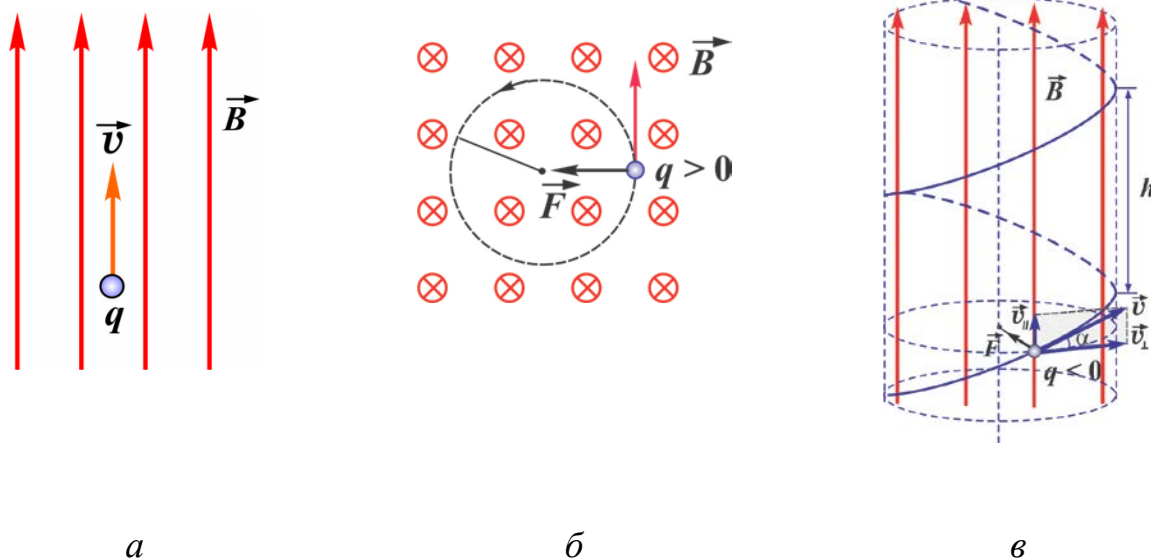


Рис. 4.7

В цьому випадку кут α між векторами \vec{v} і \vec{B} дорівнює нулю або π . В обох випадках чисельне значення сили Лоренца $F = qvB \sin \alpha = 0$, а це означає, що частинка рухається за напрямком вектора магнітної індукції або проти нього прямолінійно і рівномірно.

б) Швидкість руху частинки \vec{v}_\perp перпендикулярна до напрямку магнітного поля (рис. 4.7, б). В цьому випадку сила Лоренца \vec{F} перпендикулярна до вектора швидкості і є доцентровою силою, а оскільки вектори \vec{v}_\perp і \vec{F} перпе-

ндикуючі до вектора \vec{B} , то частинка рухається по колу, площина якого перпендикулярна до напрямку магнітного поля. В залежності від знаку заряду обертання частинки відбувається за годинниковою або проти годинникової стрілки. Радіус r кола визначається виразом

$$r = \frac{mv_{\perp}}{qB}, \quad (4.17)$$

а період обертання

$$T = \frac{2\pi m}{qB}, \quad (4.18)$$

де m – маса частинки.

в) Швидкість руху частки \vec{v} спрямована до вектора \vec{B} під довільним кутом α (мал. 4.7, в). Цей рух можна представити як суму розглянутих вище двох – руху по колу перпендикулярно \vec{B} зі швидкістю $v_{\perp} = v \sin \alpha$ і одночасно рівномірного і прямолінійного руху паралельно \vec{B} з швидкістю $v_{\parallel} = v \cos \alpha$. Очевидно, що в результаті додавання цих двох рухів траєкторія результуючого руху уявляє собою спіраль, радіус якої визначається виразом (4.17), період обертання – виразом (4.18), а крок спіралі h (рис. 4.7, в) співвідношенням

$$h = v_{\parallel} T = \frac{2\pi m}{qB} v \cos \alpha. \quad (4.19)$$

4.4 Закон Ампера. Провідник з струмом у магнітному полі

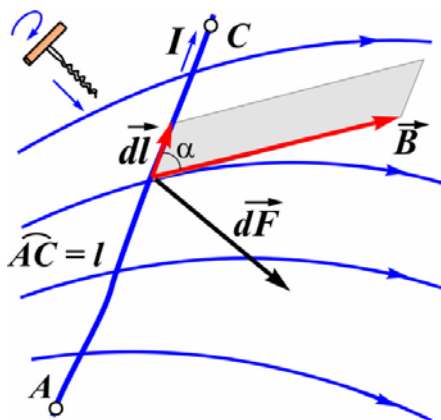


Рис. 4.8

Підхід до обчислення сили, що діє з боку магнітного поля на будь-яку ділянку тонкого провідника зі струмом (вона називається *силою Ампера*), ідентичний розрахункам індукції магнітного поля ділянки провідника зі струмом. Сила \vec{F} , яка діє на ділянку провідника AC довжиною l з силою струму I , що перебуває в магнітному полі, дорівнює векторній сумі сил $d\vec{F}$, що діють на всі елементи струму $I d\vec{l}$, на які уявно можна розбити дану ділянку провідника (рис. 4.8), тобто

$$\vec{F} = \int_l d\vec{F}. \quad (4.20)$$

Закон Ампера встановлює, що сила $d\vec{F}$, яка діє на елемент струму $I d\vec{l}$ в магнітному полі з індукцією \vec{B} , визначається співвідношенням

$$d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}. \quad (4.21)$$

Напрямок вектора сили $d\vec{F}$ визначається згідно з правилом векторного добутку.

Із співвідношення (4.21) випливає, що чисельне значення сили F , що діє в однорідному магнітному полі з індукцією B на прямолінійну ділянку провідника довжиною l , дорівнює

$$F = IBl \sin \alpha, \quad (4.22)$$

де α – кут між напрямком струму в провіднику і вектором \vec{B} .

В якості ілюстрації сказаного зупинимося на двох прикладах – взаємодії паралельних провідників з струмом і дії магнітного поля на плоску рамку з струмом.

З урахуванням співвідношень (4.7), (4.20) і (4.21) можна твердити, що два прямолінійні паралельні провідники з однаковими напрямками струмів притягуються один до одного (рис. 4.9), а з протилежними – відштовхуються. При цьому, якщо тонкі провідники перебувають у вакуумі і довжина провідників значно більша відстані між ними, на ділянку провідника довжиною l діє сила, рівна

$$F = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1 I_2 l}{d}, \quad (4.23)$$

де I_1 і I_2 – сила струму в провідниках, d – відстань між ними (рис. 4.9).

На підставі останньої рівності встановлюється одиниця виміру сили струму в СІ. Ампер – це сила постійного струму, який, проходячи двома паралельними прямолінійними провідниками нескінченної довжини і мізерно малого поперечного перерізу, розташованими на відстані 1 м один від одного у вакуумі, викликає між цими провідниками силу взаємодії, рівну $2 \cdot 10^{-7}$ Н на кожний метр довжини.

В іншому прикладі, використовуючи співвідношення (4.20) і (4.21) можна дійти висновку, що на сторони плоскої рамки з магнітним моментом \vec{p}_m , що перебуває в однорідному магнітному полі з індукцією \vec{B} , діють зазначені на рис. 4.10 сили.

Якщо кут α між векторами \vec{p}_m і \vec{B} довільний, сили \vec{F}_{23} і \vec{F}_{14} створюють обертаючий момент, що прагне повернути рамку так, щоб її магнітний мо-

мент був паралельним вектору індукції \vec{B} поля. Таке положення рамки відповідає положенню стійкої рівноваги.

$$\vec{M} = \vec{p}_m \times \vec{B}, \quad (4.24)$$

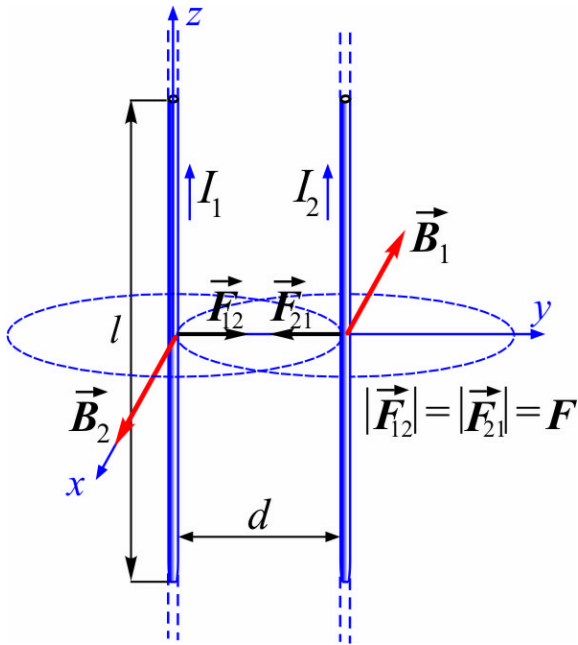


Рис. 4.9

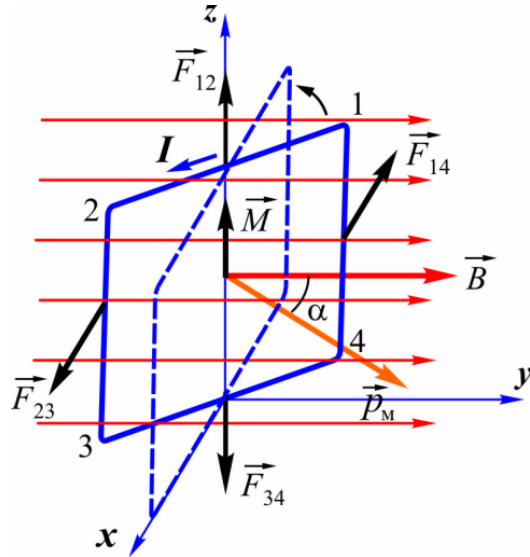


Рис. 4.10

4.5 Циркуляція вектора індукції магнітного поля. Магнітний потік

Поняття циркуляції і потоку вектора магнітної індукції \vec{B} (магнітного потоку) для магнітного поля визначаються так само, як і поняття циркуляції і потоку вектора \vec{E} для електростатичного поля, тобто *циркуляція вектора \vec{B}* по довільному замкненому контуру визначається як $\oint_l \vec{B} d\vec{l}$, а *магнітний потік* через довільну поверхню S дорівнює

$$\Phi = \int_S \vec{B} d\vec{S} = \int_S B_n dS. \quad (4.25)$$

Однак, магнітне поле, на відміну від електростатичного, є полем вихровим, а лінії вектора магнітної індукції \vec{B} завжди замкнені і значення циркуляції і потоку у випадку магнітного поля визначаються за іншими закономірностями.

Теорема про циркуляцію вектора магнітної індукції або закон повного струму. Циркуляція вектора індукції магнітного поля вздовж довільного замкненого контуру у вакуумі дорівнює добутку магнітної сталої μ_0 на алгебраїчну суму струмів, що охоплюються цим контуром

$$\oint_l \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum_k I_k. \quad (4.26)$$

В співвідношенні (4.26) знаки струмів вважаються позитивними, якщо їх напрямок збігається з напрямком поступального руху правого гвинта при обертанні його рукоятки за напрямком обходу контуру l (позначений стрілкою на рис. 4.11). В іншому випадку знаки струмів негативні. Струми, що не охоплюються контуром, наприклад струми I_4 і I_5 , не враховуються.

Теорема Остроградського - Гаусса для магнітного потоку. Потік вектора магнітної індукції через будь-яку замкнену поверхню дорівнює нулю

$$\oint_s B_n dS = 0. \quad (4.27)$$

Очевидно, що дана теорема є наслідком вихрового характеру магнітного поля. Тому що лінії вектора \vec{B} неперервні (тобто не мають ні початку, ні кінця), кількість ліній, що входять в замкнену поверхню, завжди дорівнює кількості ліній, що виходять з неї (рис. 4.12).

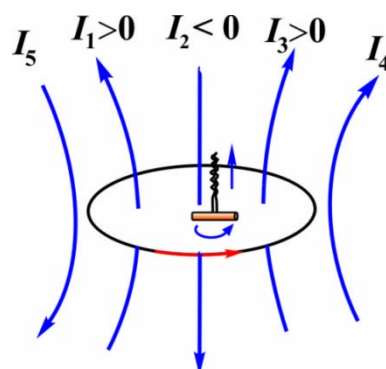


Рис. 4.11

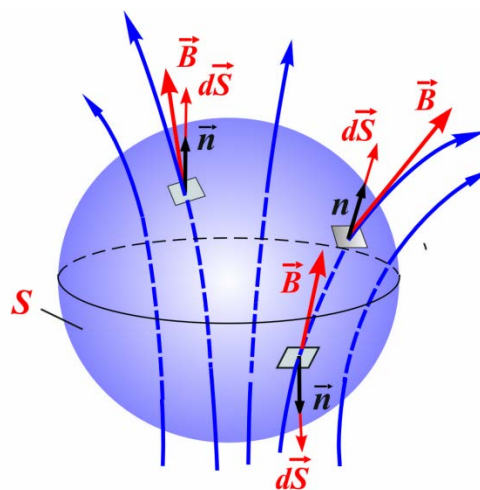


Рис. 4.12

4.6 Магнітне поле в речовині. Напруженість магнітного поля

Якщо помістити будь-яку речовину в зовнішнє магнітне поле з індукцією \vec{B}_0 , що створене струмами у вакуумі, вона намагнічується і породжує своє магнітне поле з індукцією \vec{B}' . Відповідно до принципу суперпозиції це приводить до зміни магнітного поля і, за наявності речовини, магнітна індукція результуючого поля дорівнює

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'. \quad (4.28)$$

Намагнічування речовин пояснюється тим, що магнітні моменти \vec{p}_m молекул речовини під дією магнітного поля орієнтуються переважно по полю (рис. 4.13) (а в деяких речовинах і проти нього).

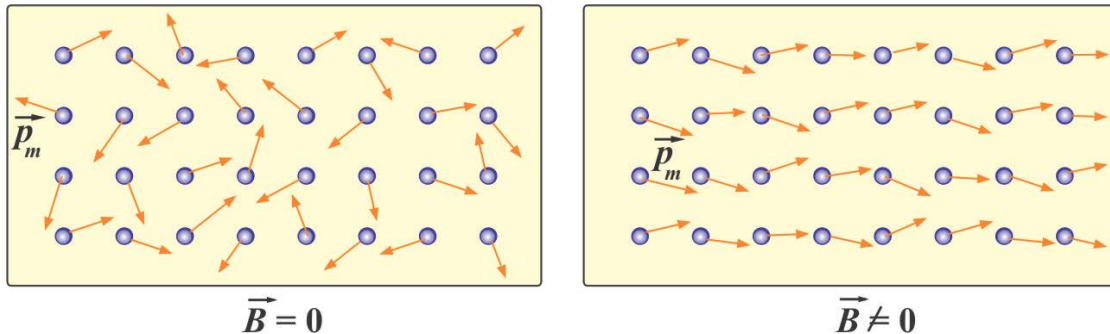


Рис. 4.13

В зв'язку з цим намагнічування речовини прийнято характеризувати вектором намагнічення \vec{J} , який дорівнює магнітному моменту одиниці об'єму речовини

$$\vec{J} = \frac{\sum_{\Delta V} \vec{p}_{mi}}{\Delta V}, \quad (4.29)$$

де ΔV – досить малий об'єм (але всередині нього повинна бути значна кількість молекул), \vec{p}_m – магнітний момент однієї молекули.

Магнітна індукція \vec{B}' пов'язана з \vec{J} і у випадку однорідної і ізотропної речовини пропорційна індукції \vec{B}_0 зовнішнього магнітного поля, тобто

$$\vec{B}' = \mu_0 \vec{J} = \chi \vec{B}_0. \quad (4.30)$$

Безрозмірний коефіцієнт пропорційності χ залежить від властивостей речовини і називається *магнітною сприйнятливістю* речовини. Ця величина може бути як позитивною, так і негативною. В однорідних і ізотропних речовинах з позитивним значенням χ напрямки векторів \vec{B}' і \vec{B}_0 збігаються, а з негативним – протилежні.

З врахуванням цього співвідношення вираз (4.28) набуває вигляду

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \chi \vec{B}_0 = \mu \vec{B}_0, \quad (4.31)$$

де безрозмірна величина

$$\mu = 1 + \chi \quad (4.32)$$

називається *магнітною проникністю* речовини і показує в скільки разів магнітна індукція \vec{B} в речовині відрізняється від магнітної індукції \vec{B}_0 у вакуумі.

Отже, в записаних раніше виразах (формули 4.4 – 4.9, 4.11 – 4.14) для індукції магнітного поля провідників зі струмом у вакуумі, у випадках, коли ці струми перебувають в однорідній і ізотропній речовині, в чисельнику необхідно додатково враховувати магнітну проникність речовини μ .

Поряд з магнітною індукцією магнітне поле описується допоміжною величиною – вектором напруженості магнітного поля \vec{H} , яка визначається так, щоб циркуляція її залежала тільки від струмів провідності і не залежала від магнітних властивостей речовини. Ця вимога приводить до висновку, що напруженість магнітного поля для однорідної і ізотропної речовини дорівнює

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0 \mu}. \quad (4.33)$$

Очевидно, що формули для розрахунків напруженості магнітного поля провідників зі струмом різної геометричної форми будуть відрізнятися від згаданих абзацом вище формул для розрахунків магнітної індукції відсутністю множника $\mu_0 \mu$ в чисельнику.

Залежно від знаку і чисельного значення магнітної сприйнятливості χ магнітні речовини поділяють на три групи.

Діамагнетики. Для них магнітна сприйнятливість χ негативна і за модулем дорівнює $\sim 10^{-5} - 10^{-6}$.

Парамагнетики. Для них магнітна сприйнятливість χ позитивна і трохи більша за величиною $\sim 10^{-3} - 10^{-4}$.

Як у діамагнетиках, так і в парамагнетиках, як впливає з (4.32), магнітна проникність μ мало відрізняється від одиниці.

Феромагнетики. Цей клас речовин називають ще сильномагнітними речовинами, тому що в них величина χ позитивна і може досягати значень $\sim 10^2 - 10^5$. Магнітне поле всередині феромагнетиків, в порівнянні із зовнішнім, може зростати в тисячі разів. На відміну від діамагнетиків і парамагнетиків магнітна сприйнятливість χ феромагнетиків не є постійною величиною і залежить від напруженості поля \vec{H} , яке намагнічує речовину.

4.7 Явище електромагнітної індукції. Закон Фарадея

Явище електромагнітної індукції полягає у виникненні електрорушійної сили (*ЕРС індукції*) у електропровідному контурі при зміні в часі потоку вектора магнітної індукції (магнітного потоку) через поверхню, яка обмежена даним контуром. Електричний струм, що виникає в контурі під дією ЕРС індукції називається *індукційним*.

Напрямок індукційних струмів визначається за допомогою *правила Ленца*: індукційний струм завжди спрямований так, щоб протидіяти причині, яка його викликала.

Відповідно до *закону Фарадея* ЕРС індукції, що виникає в контурі, дорівнює швидкості зміни в часі магнітного потоку через поверхню, обмежену контуром

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}. \quad (4.34)$$

Знак мінус в цьому виразі відображає правило Ленца.

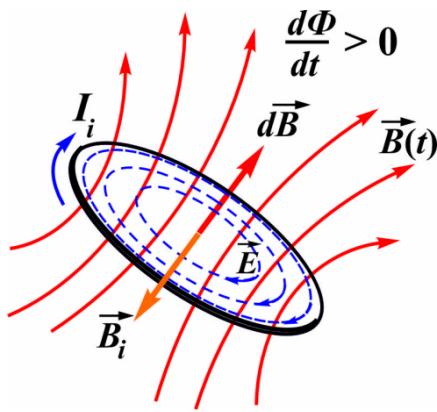


Рис. 4.14

На рис. 4.14 як приклад показано, що при збільшенні індукції магнітного поля \vec{B} ($d\vec{B} \uparrow \uparrow \vec{B}$) у контурі, відповідно до правила Ленца, виникає індукційний струм, що перешкоджає збільшенню \vec{B} , тобто магнітне поле індукційного струму повинно бути спрямоване протилежно зростаючому магнітному полю ($\vec{B}_i \downarrow \uparrow d\vec{B}$), а для цього індукційний струм I_i повинен протікати в зазначеному на рис 4.14 напрямку.

Виникнення ЕРС індукції в будь-якому замкненому контурі, що перебуває в змінному магнітному полі, Максвелл пояснив тим, що змінне в часі магнітне поле породжує електричне поле, яке, на відміну від електростатичного поля, є полем вихровим. Лінії вектора \vec{E} вихрового електричного поля замкнені (зображені на мал.4.14 пунктиром) і ЕРС індукції, що виникає в контурі, дорівнює циркуляції вектора \vec{E} вздовж цього контуру. Враховуючи сказане і визначення магнітного потоку (4.25), співвідношення (4.34) можна записати у вигляді рівняння, що відображає зв'язок змінного магнітного поля і вихрового електричного поля, що ним породжується

$$\oint_l \vec{E} d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \iint_S B_n dS. \quad (4.35)$$

Вихрове електричне поле виникає незалежно від наявності електропровідного контуру. Провідний контур є своєрідним приладом, за допомогою якого виявляється вихрове електричне поле – наявні в провідному контурі носії струму починають рухатися і створюють індукційний струм.

Досить часто провідний контур являє собою систему послідовно з'єднаних витків (соленоїд). У цьому випадку ЕРС індукції ε_i , що індукується в контурі, дорівнює сумі ЕРС, що індукуються у кожному з витків, тобто

$$\varepsilon_i = -\sum_{k=1}^N \frac{d\Phi_k}{dt} = -\frac{d}{dt} \sum_{k=1}^N \Phi_k \quad (4.36)$$

де N – кількість витків у контурі.

Сума магнітних потоків через всі витки

$$\Psi = \sum_{k=1}^N \Phi_k \quad (4.37)$$

називається *потокозчепленням* або *повним магнітним потоком*. З врахуванням цього вираз (4.36) для ЕРС індукції у випадку складного контуру набуває вигляду

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Psi}{dt}. \quad (4.38)$$

4.8 Самоіндукція і взаємоіндукція. Індуктивність

Залежно від причини зміни магнітного потоку розрізняють кілька окремих випадків електромагнітної індукції – самоіндукцію, взаємну індукцію, струми Фуко, тощо.

Самоіндукцією називається виникнення ЕРС індукції у провідному контурі в результаті зміни в часі сили струму в цьому ж контурі. Індукція магнітного поля, яке виникає внаслідок протікання струму в контурі, прямо пропорційна силі струму. Отже, і повний магнітний потік, що пронизує цей контур, прямо пропорційний силі струму в ньому, тобто

$$\Psi = LI. \quad (4.39)$$

Коефіцієнт пропорційності L залежить від форми та геометричних розмірів контуру, а також від магнітної проникності μ середовища і називається *коефіцієнтом самоіндукції* або *індуктивністю* контуру. Наприклад, індуктивність довгого соленоїда, коли магнітне поле в ньому можна вважати практично однорідним, дорівнює

$$L = \frac{\mu_0 \mu N^2 S}{l}, \quad (4.40)$$

де μ – магнітна проникність середовища в соленоїді, N – число витків у ньому, S і l – відповідно його площа поперечного перерізу і довжина.

Надалі обмежимося випадком, коли μ середовища не залежить від напруженості магнітного поля, а індуктивність L розглянутого контуру є ста-

лою. В цьому випадку, як випливає з (4.38), ЕРС самоіндукції визначається виразом

$$\varepsilon_i = -L \frac{dI}{dt}, \quad (4.41)$$

тобто залежить тільки від індуктивності контуру і швидкості зміни сили струму в ньому.

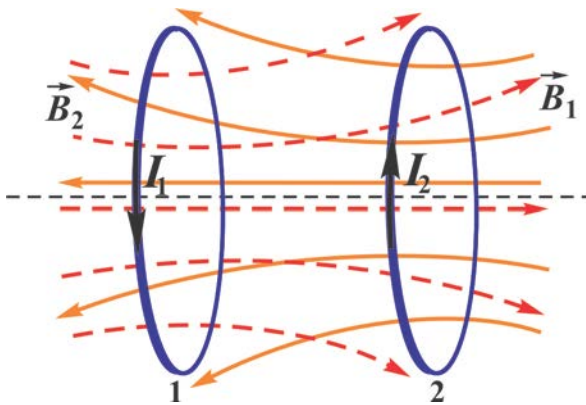


Рис. 4.15

Взаємною індукцією називається виникнення ЕРС індукції у провідному контурі 1 у результаті зміни з часом сили струму в сусідньому контурі 2 (рис. 4.15). Пояснюється це тим, що частина магнітного потоку, що створюється струмом I_2 і пропорційна силі цього струму, пронизує площу, обмежену контуром 1. В результаті повний магнітний потік Ψ_{12} через контур 1 (потокозчеплення першого контуру із другим) дорівнює

$$\Psi_{12} = L_{12} I_2. \quad (4.42)$$

Коефіцієнт пропорційності L_{12} залежить від форми контурів, їх орієнтації, розмірів і числа витків в них, відстані між контурами, магнітної проникності навколишнього середовища і називається *коефіцієнтом взаємної індукції* (взаємною індуктивністю).

При зміні сили струму I_2 в другому контурі повний магнітний потік Ψ_{12} через перший контур змінюється і у ньому індукується ЕРС ($L_{12} = \text{const}$) індукції яка дорівнює

$$\varepsilon_{i1} = -L_{12} \frac{dI_2}{dt}. \quad (4.43)$$

Аналогічно, при зміні сили струму в першому контурі виникає ЕРС індукції у другому контурі, при цьому $L_{12} = L_{21}$.

4.9 Енергія магнітного поля

Магнітне поле, як і електричне, має енергію. Енергія магнітного поля провідного замкненого контуру з індуктивністю L і струмом I рівна

$$W_M = \frac{LI^2}{2}. \quad (4.44)$$

Об'ємна густина енергії магнітного поля дорівнює енергії магнітного поля в одиниці об'єму і в однорідному ізотропному не феромагнітному середовищі з магнітною проникністю μ визначається співвідношенням

$$w_M = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} = \frac{B^2}{2\mu_0 \mu}. \quad (4.45)$$

В (4.45) величини H і B – чисельні значення напруженості магнітного поля і магнітної індукції відповідно в точці простору, де визначається w_M .

Енергія магнітного поля в будь-якому об'ємі V дорівнює

$$W_M = \int_V w_M dV = \int_V \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} dV. \quad (4.46)$$

Приклади розв'язування задач

Приклад №1. Магнітне поле провідника з струмом.

Вздовж тонкого дротяного колового провідника тече струм. Не змінюючи сили струму і загальної довжини контуру, його форму трансформували в квадрат. У скільки разів зміниться магнітна індукція в центрі контуру?

Розв'язування

Як відомо з (4.9), величина магнітної індукції в центрі колового струму дорівнює

$$B_0 = \frac{\mu \mu_0 I}{2 R},$$

де R – радіус колового струму. Для зазначеного на рис. 4.16 напрямку струму, вектор індукції \vec{B}_0 в центрі кола спрямований перпендикулярно до площини рисунка “за рисунок”.

Індукція в центрі квадрата визначається як суперпозиція полів, які створюються кожною з сторін квадрата окремо. Згідно із законом Біо - Савара - Лапласа вектор магнітної індукції поля, що створюється кожною з сторін квадрата (за вказаного на рисунку напрямку струму), спрямований

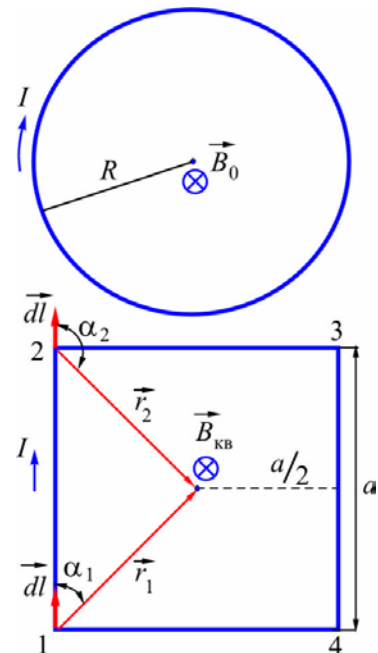


Рис. 4.16

у центрі квадрату за “рисунок”, тому результуючий вектор індукції спрямований у тому ж напрямку і дорівнює

$$\vec{B}_{\text{кв}} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 + \vec{B}_4$$

де $\vec{B}_1, \vec{B}_2, \vec{B}_3, \vec{B}_4$ – магнітні індукції полів, що створюються сторонами квадрату 1-2, 2-3, 3-4, 4-1 відповідно.

Магнітна індукція поля, що створене обмеженим прямолінійним провідником з струмом, згідно з (4.6), дорівнює

$$B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi b} I (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2)$$

де b – відстань від провідника до точки, в якій визначається індукція.

Зокрема, ділянка 1-2 буде створювати в центрі квадрату поле, магнітна індукція якого визначається рівнянням

$$B_1 = \frac{\mu\mu_0}{4\pi a/2} I (\cos 45^\circ - \cos 135^\circ) = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi a} 2 \cos 45^\circ = \frac{\mu\mu_0 I \sqrt{2}}{\pi a}.$$

Діючи аналогічно, легко побачити, що кожною стороною квадрату створюється магнітне поле з таким же значенням індукції. Оскільки напрямки всіх чотирьох векторів збігаються, то індукція результуючого поля в центрі квадрата дорівнює

$$B_{\text{кв}} = 4B_1.$$

Сторона квадрату і радіус колового провідника зв'язані співвідношенням $4a = 2\pi R$, звідки $a = \pi R/2$. Врахувавши це, одержимо

$$B_{\text{кв}} = 4B_1 = \frac{4\mu\mu_0 I \sqrt{2}}{\pi} \frac{2}{2} \frac{2}{\pi R} = \frac{4\mu\mu_0}{\pi^2 R} I \sqrt{2}.$$

Отже, в результаті трансформації форми контуру індукція магнітного поля в його центрі зросте в

$$\frac{B_{\text{кв}}}{B_0} = \frac{4\mu\mu_0}{\pi^2 R} I \sqrt{2} \frac{2}{\mu\mu_0 I} \frac{R}{\pi^2} = \frac{8\sqrt{2}}{\pi^2} = 1,14 \text{ разів.}$$

Приклад №2. Рух електричного заряду в магнітному полі.

Заряджена частинка рухається в магнітному полі по колу радіусом $R = 4 \text{ см}$ з швидкістю $v = 10^6 \text{ м/с}$. Магнітна індукція поля $B = 0,3 \text{ Тл}$. Знайти заряд частинки, якщо відомо, що її кінетична енергія $W = 6 \text{ кеВ}$.

Розв'язування

На заряджену частинку, що рухається в магнітному полі, діє сила Лоренца, рівна

$$\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B}.$$

Рух частки по колу вказує на те, що вектори \vec{F} , \vec{v} , \vec{B} взаємно перпендикулярні, і цей вираз можна записати в скалярному вигляді

$$F = q v B.$$

Сила Лоренца є доцентровою силою, тому, у відповідності з другим законом Ньютона, справедлива рівність

$$q v B = \frac{mv^2}{R}.$$

Врахувавши, що кінетична енергія частинки $W = mv^2/2$, знаходимо заряд частинки

$$q = \frac{2W}{v B R}.$$

Підставивши числові дані, маємо

$$q = \frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 6 \cdot 10^3}{10^6 \cdot 0,3 \cdot 4 \cdot 10^{-2}} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}.$$

Отже, частинка, що рухається в магнітному полі, є електрон.

Приклад №3. Контур зі струмом у магнітному полі.

Із дротин довжиною $l = 20 \text{ см}$ зробили два контури – коловий і квадратний. Знайти моменти сил, які діють на кожний з контурів якщо помістити їх в однорідне магнітне поле з індукцією $B = 0,1 \text{ Тл}$. Площини контурів орієнтовані під кутом $\alpha = 45^\circ$ до напрямку магнітного поля і в кожному з них тече струм силою $I = 2 \text{ А}$.

Розв'язування

На плоский контур з струмом в однорідному магнітному полі діє момент сил \vec{M} який, згідно з (4.24), дорівнює

$$\vec{M} = \vec{p}_m \times \vec{B},$$

де \vec{p}_m – магнітний момент контуру, \vec{B} – магнітна індукція. Модуль вектора моменту сил дорівнює

$$M = p_m B \sin(\vec{p}_m \hat{\ } \vec{B}).$$

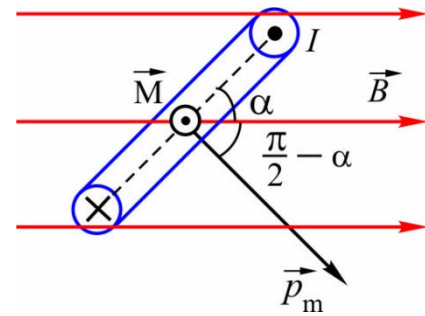


Рис. 4.17

На рис. 4.17 зображений поперечний переріз контуру площиною рисунку. У верхньому перерізі контуру струм спрямований „на нас”, у нижньому – „від нас”. Напрямок вектора \vec{p}_m визначається за правилом правого гвинта. З рисунка видно, що кут між векторами \vec{p}_m і \vec{B} дорівнює $\frac{\pi}{2} - \alpha$.

Величина магнітного моменту

$$p_m = IS,$$

де S – площа контуру, I – сила струму в ньому. Оскільки довжина колового контуру l відома, то його радіус $r = l/2\pi$, а площа

$$S_k = \pi r^2 = \frac{l^2}{4\pi}.$$

Довжина квадратного контуру також рівна l . Отже, довжина однієї з його сторін $a = l/4$, а площа

$$S_{\text{кв}} = \frac{l^2}{16}.$$

Підставивши у вираз для модуля моменту сил M значення сили струму і площ контурів, знаходимо що:

– на коловий контур діє момент сил, рівний

$$M_k = p_{m,k} B \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \frac{I^2}{4\pi} B \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \frac{2 \cdot (0,2)^2}{4 \cdot 3,14} 0,1 \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ Н} \cdot \text{м} = 4,5 \cdot 10^{-4} \text{ Н} \cdot \text{м};$$

– на квадратний контур діє момент сил, рівний

$$M_{\text{кв}} = p_{\text{м,кв}} B \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \frac{I^2}{16} B \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \frac{2 \cdot (0,2)^2}{16} 0,1 \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ Н} \cdot \text{м} = 3,53 \cdot 10^{-4} \text{ Н} \cdot \text{м}$$

Напрямки векторів $\vec{M}_{\text{к}}$ і $\vec{M}_{\text{кв}}$ визначаються згідно з правилом векторного добутку (правилом правого гвинта). В цьому випадку напрямки цих векторів однакові, перпендикулярні до площини рисунка спрямовані «на нас». Ці моменти сил намагаються розвернути кожний з розглянутих контурів так, щоб їх магнітні моменти $\vec{p}_{\text{м,к}}$ і $\vec{p}_{\text{м,кв}}$ були орієнтовані паралельно вектору магнітної індукції \vec{B} .

Приклад №4. Явище електромагнітної індукції.

В однорідному магнітному полі з індукцією $B = 0,8 \text{ Тл}$ рівномірно обертається рамка з кутовою швидкістю $\omega = 15 \text{ рад/с}$. Площа рамки рівна $S = 50 \text{ см}^2$. Вісь обертання перебуває в площині рамки і становить кут $\alpha = 30^\circ$ з напрямком вектора магнітної індукції. Знайти максимальну ЕРС індукції в рамці.

Розв'язування

Оскільки вісь рамки спрямована під кутом $\alpha = 30^\circ$ до напрямку вектора магнітної індукції, то нормаль до рамки буде становити з вектором магнітної індукції кут $\frac{\pi}{2} - \alpha$ (рис. 4.18). Тому найбільший потік через нерухому рамку (коли вектор \vec{n} лежить у площині яка проходить через напрямок вектора \vec{B} і вісь обертання) дорівнює

$$\Phi_0 = \vec{B}\vec{S} = \vec{B}S\vec{n} = BS\cos(\vec{B} \wedge \vec{n}) = BS\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right).$$

При рівномірному обертанні рамки потік буде змінюватися за гармонічним законом, тобто

$$\Phi = BS\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)\cos\omega t.$$

Згідно із законом Фарадея ЕРС індукції, що виникає в рамці, рівна

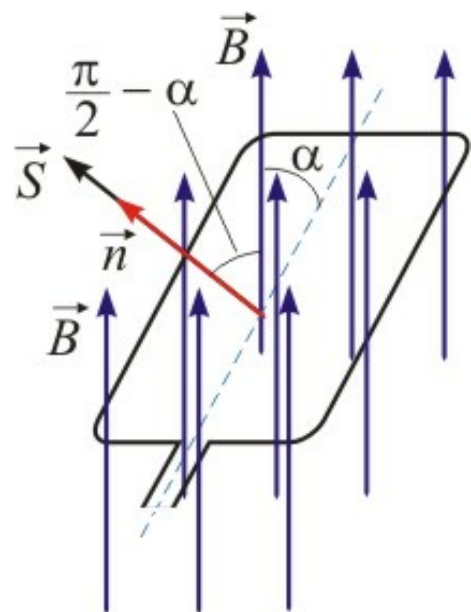


Рис. 4.18

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt} = B\omega S \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \sin \omega t.$$

З отриманого виразу випливає, що ЕРС досягає максимального значення коли $\sin \omega t = 1$, отже

$$\mathcal{E}_{max} = B\omega S \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = 0,8 \cdot 15 \cdot 0,015 \cdot 0,5 = 0,09 \text{ В.}$$

Приклад №5. Явище електромагнітної індукції.

Круговий контур радіусом $r = 2$ см поміщено в однорідне магнітне поле, індукція якого $B = 10^{-3}$ Тл. Площина контуру перпендикулярна до напрямку вектора магнітної індукції. Опір контуру $R = 1$ Ом. Який електричний заряд q пройде через контур при його повороті на кут $\alpha = \pi/2$?

Розв'язування

Відповідно до визначення (4.25), магнітний потік через поверхню, яка обмежена контуром, у випадку однорідного магнітного поля з вектором індукції \vec{B} дорівнює

$$\Phi = \vec{B}\vec{S} = BS\vec{n} = BS\cos(\vec{B} \wedge \vec{n}),$$

де $S = \pi r^2$ – площа контуру, а \vec{n} – одиничний вектор нормалі до поверхні контуру (рис. 4.19).

Під час повороту контуру з положення 1 у положення 2 кут між векторами \vec{B} і \vec{n} змінюється, отже, змінюється і магнітний потік. Зміна магнітного потоку приводить до виникнення в контурі ЕРС індукції яка, згідно із законом Фарадея (4.34), дорівнює

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt}$$

і індукційного струму, рівного

$$I_i = \frac{\mathcal{E}_i}{R} = -\frac{d\Phi}{Rdt},$$

де R – опір контуру.

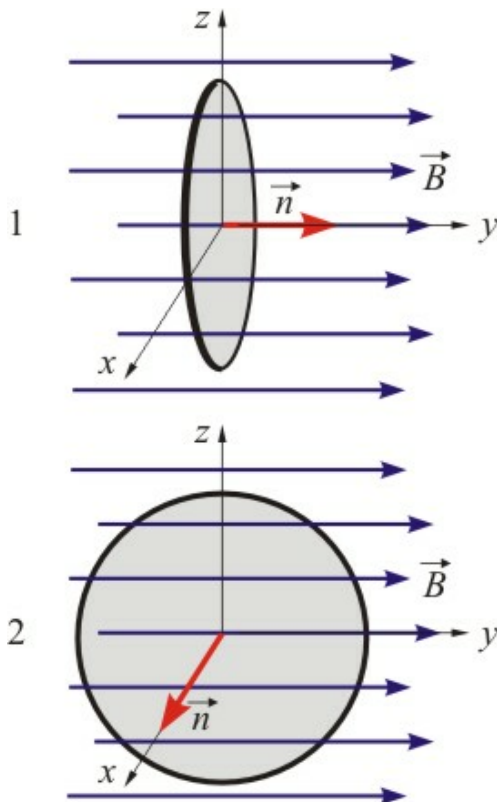


Рис. 4.19

За весь час повороту індукційним струмом буде перенесений через контур деякий електричний заряд q який, з врахуванням записаного вище співвідношення, дорівнює

$$q = \int_{t_1}^{t_2} I_i dt = - \int_{\Phi_1}^{\Phi_2} \frac{d\Phi}{R} = \frac{\Phi_1 - \Phi_2}{R}.$$

Тут t_1 і t_2 – моменти часу, що відповідають початку і закінченню повороту відповідно; Φ_1 і Φ_2 – магнітні потоки через поверхню контуру в ці ж моменти часу.

Тому, що кут між векторами \vec{B} й \vec{n} в момент часу t_1 дорівнює нулю, а в момент часу t_2 рівний $\pi/2$, значення $\Phi_1 = BS = B\pi r^2$ і $\Phi_2 = 0$. Враховуючи це, одержимо

$$q = \frac{B\pi r^2}{R} = \frac{10^{-3} \cdot 3,14 \cdot (2 \cdot 10^{-2})^2}{1} = 1,26 \cdot 10^{-6} \text{ Кл.}$$

Приклад №6. Явище самоіндукції.

У замкненому електропровідному контурі, що містить активний опір R і індуктивність L , сила струму дорівнює I_0 . За яким законом в часі змінюється сила струму в контурі після від'єднання джерела струму шляхом перемикавання ключа K з положення a в положення b (рис. 4.20).

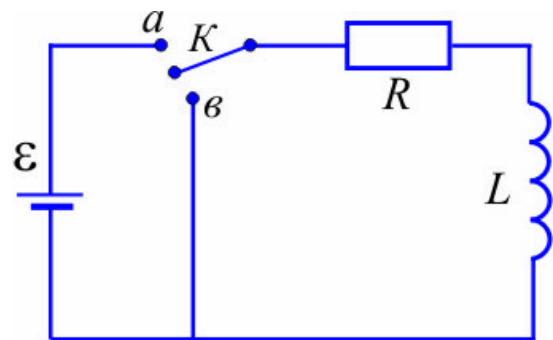


Рис. 4.20

Розв'язування

Після перемикавання ключа в зазначеному напрямку в котушці індуктивності виникає ЕРС самоіндукції, яка дорівнює

$$\mathcal{E}_c = -L \frac{dI}{dt},$$

де dI/dt – швидкість зміни сили струму в контурі.

З іншого боку, згідно з законом Ома, $\mathcal{E}_c = IR$ і тому можемо записати

$$IR = -L \frac{dI}{dt}.$$

Розділивши в цьому рівнянні змінні, одержимо

$$\frac{dI}{I} = -\frac{R}{L} dt.$$

Проінтегруємо обидві частини рівняння врахувавши, що за час від 0 до t сила струму в контурі змінюється від I_0 до I , що можна записати у вигляді

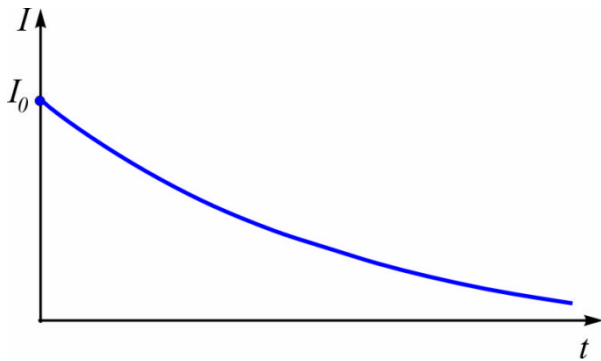
$$\int_{I_0}^I \frac{dI}{I} = -\frac{R}{L} \int_0^t dt$$

або, після інтегрування,

$$\ln I - \ln I_0 = -\frac{R}{L} t.$$

Позбавившись логарифму в цьому рівнянні, одержимо

$$I = I_0 e^{-\frac{R}{L} t},$$



тобто сила струму в контурі зменшується в часі за експонентою, що відображено на графіку рис. 4.21.

Рис. 4.21

РОЗДІЛ 5 КОЛИВАННЯ, ХВИЛІ І ХВИЛЬОВІ ЯВИЩА

Фізична величина	Позначення величини	Розмірність (позначення одиниці) величини в СІ
Період коливань	T	с
Частота коливань	ν	с^{-1}
Циклічна (кругова) частота	ω	рад/с
Амплітуда	A	розмірність величини, що коливається
Початкова фаза	φ_0	рад
Коефіцієнт згасання	β	с^{-1}
Час згасання	τ	с
Логарифмічний декремент згасання	λ	безрозмірна

ОСНОВНІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

5.1 Гармонічні коливання

Колівальні рухи – це процеси, які характеризуються тою чи іншою повторюваністю в часі. Якщо проміжки повторюваності однакові і протягом кожного з них система проходить через ті ж самі проміжні стани (тобто рух повністю повторюється), то коливання називаються *періодичними*. Час одного повного коливання T називається *періодом коливань*. Кількість коливань за одиницю часу називається *частотою коливань* ν . Період і частота обернено пропорційні один одному

$$T = \frac{1}{\nu}. \quad (5.1)$$

Коливання можуть мати різну фізичну природу. Вони можуть бути механічними, електромагнітними, хімічними, біологічними і т.д. Незалежно від природи коливань, їх основні властивості описуються однаковими математичними закономірностями.

Умовно, за характером впливу на колівальну систему, коливання можна поділити на вільні (незгасаючі і згасаючі), вимушені, автоколивання і параметричні коливання.

Вільні коливання виникають у системі, яка після виведення зі стану рівноваги надана самій собі. За відсутності непотенціальних сил (тертя, опору) в системі реалізуються незгасаючі коливання, за наявності непотенціальних сил енергія системи зменшується і коливання згасають. *Вимушені* коливання виникають під дією зовнішньої періодичної сили. *Автоколивання* виникають

коли час дії сили задається самою системою. *Параметричні* коливання виникають при зміні якого-небудь параметра системи.

Найбільш важливими із практичної точки зору є *гармонічні коливання*. Це періодичні коливання, при яких фізичні величини, що їх описують, змінюються з часом за законом косинуса або синуса. Рівняння гармонічних коливань має вигляд

$$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi_0) \quad (5.2)$$

або

$$y(t) = A \sin(\omega t + \varphi_0), \quad (5.3)$$

де x – це величина, що коливається (її зміст визначається фізичною природою коливань), t – час. Величина A називається *амплітудою коливань* – це модуль максимального значення, якого досягає величина x під час коливань. Аргумент $(\omega t + \varphi_0)$ визначає значення величини в будь-який момент часу і називається *фазою коливань*, а φ_0 – *початковою фазою*. Величина ω дорівнює швидкості зміни фази і називається *циклічною (круговою) частотою*. Вона пов'язана з частотою і періодом коливань співвідношенням

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}. \quad (5.4)$$

Графіки гармонічних коливань (5.2) і (5.3) наведені на рис. 5.1.

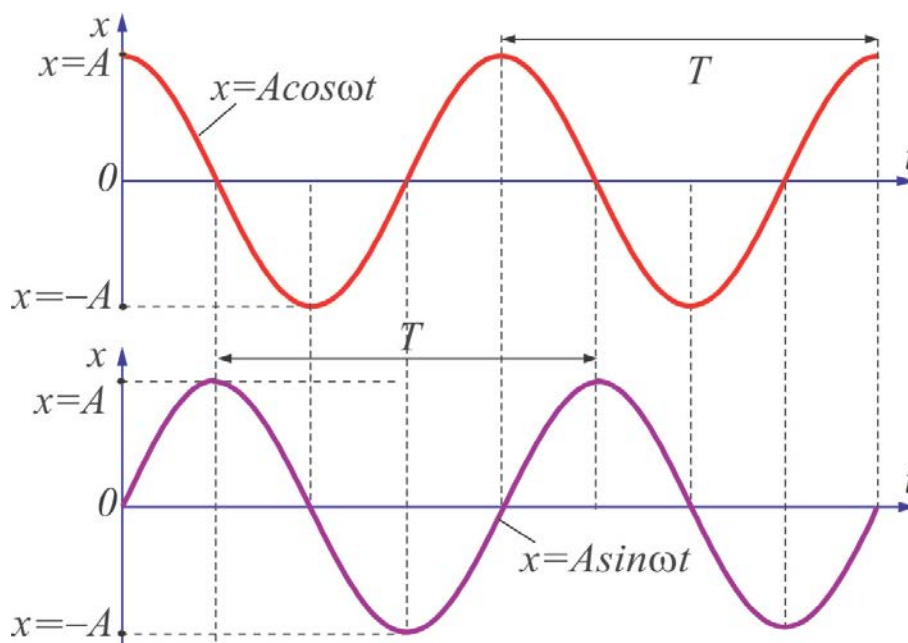


Рис.5.1

Векторна діаграма гармонічних коливань. Графічно гармонічне коливання можна уявити у вигляді проекції вектора \vec{A} , що рівномірно обертається в площині (xOy) з кутовою швидкістю, рівній циклічній частоті ω , на осі координат. При цьому довжина вектора дорівнює амплітуді A коливань (рис. 5.2), а його кут з віссю Ox змінюється в часі за законом $\varphi(t) = \omega t + \varphi_0$, де φ_0 – значення кута в момент часу $t_0 = 0$. Тоді $x(t) = A \cos(\omega t + \varphi_0)$ і $y(t) = A \sin(\omega t + \varphi_0)$, що збігається з (5.2) і (5.3) відповідно.

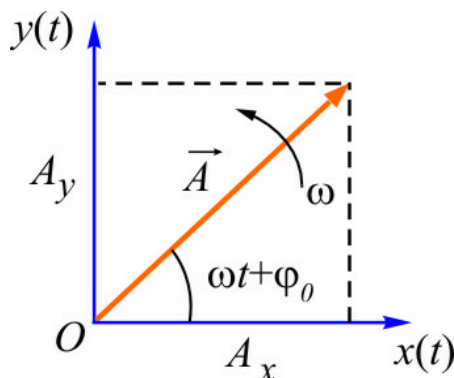


Рис. 5.2

Таке графічне зображення гармонічних коливань називається *методом векторних діаграм*.

5.2 Додавання гармонічних коливань

Додавання коливань одного напрямку і однієї частоти. Результат додавання двох таких коливань $x_1(t) = A_1 \cos(\omega t + \varphi_{01})$ і $x_2(t) = A_2 \cos(\omega t + \varphi_{02})$ для моменту часу $t_0 = 0$ зображений на векторній діаграмі (рис. 5.3.) і записується у вигляді

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t) = A \cos(\omega t + \varphi_0), \quad (5.5)$$

де амплітуда результуючого коливання

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_{02} - \varphi_{01}), \quad (5.6)$$

а початкова фаза

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{A_1 \sin \varphi_{01} + A_2 \sin \varphi_{02}}{A_1 \cos \varphi_{01} + A_2 \cos \varphi_{02}}. \quad (5.7)$$

Якщо $\varphi_{02} - \varphi_{01} = 0, \pm 2\pi, \pm 4\pi, \dots$, то коливання відбуваються в одній фазі (*синфазні коливання*). Тоді з (5.6) випливає, що

$$A = A_1 + A_2, \quad (5.8)$$

тобто амплітуда результуючого коливання дорівнює сумі амплітуд коливань, які додаються.

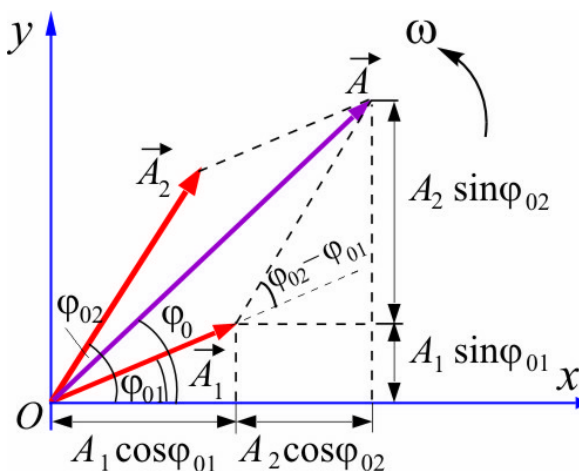


Рис. 5.3

Якщо $\varphi_{02} - \varphi_{01} = \pm\pi, \pm 3\pi, \pm 5\pi, \dots$, то коливання відбуваються в протифазі. Тоді з (5.6) випливає, що

$$A = |A_1 - A_2|, \quad (5.9)$$

тобто амплітуда результуючого коливання дорівнює різниці амплітуд коливань, які додаються.

Додавання коливань одного напрямку з однаковими амплітудами і близькими частотами. Якщо в системі є два такі коливання $x_1(t) = A \cos \omega_1 t$ і $x_2(t) = A \cos \omega_2 t$, то рівняння результуючого руху буде мати вигляд

$$x(t) = 2A_0 \cos \frac{\omega_2 - \omega_1}{2} t \cos \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t. \quad (5.10)$$

Це негармонічне коливання, амплітуда якого періодично змінюється в часі. Залежність (5.10) зображена на рис. 5.4. Таке коливання називається биттям. Циклічна частота, з якою змінюється амплітуда, називається частотою биття. Вона дорівнює

$$\omega_{\delta} = |\omega_1 - \omega_2| \quad (5.11)$$

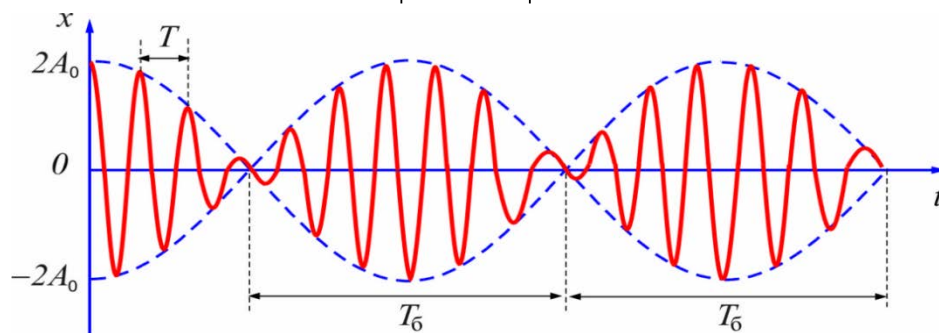


Рис.5.4

а циклічна частота самих коливань рівна

$$\omega = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}. \quad (5.12)$$

Додавання взаємно перпендикулярних коливань однакової частоти. Якщо матеріальна точка одночасно здійснює вздовж осей Ox і Oy коливання виду $x(t) = A_x \cos(\omega t + \varphi_{0x})$ і $y(t) = A_y \cos(\omega t + \varphi_{0y})$, то рівняння траєкторії руху матеріальної точки має вигляд

$$\frac{x^2}{A_x^2} + \frac{y^2}{A_y^2} + \frac{2xy}{A_x A_y} \cos(\varphi_{0x} - \varphi_{0y}) = \sin^2(\varphi_{0x} - \varphi_{0y}). \quad (5.13)$$

В загальному випадку траєкторія має форму еліпса, повернутого відносно осей Ox і Oy (рис. 5.5, а). Форма траєкторії залежить від різниці фаз. Наприклад, якщо коливання *синфазні*, тобто $\varphi_{0x} - \varphi_{0y} = 2\pi m$, де $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, то еліпс перетворюється у відрізок прямої лінії, який є діагоналлю прямокутника, що проходить через перший і третій квадранти (рис. 5.5, б). Якщо коливання відбуваються *в протифазі*, тобто $\varphi_{0x} - \varphi_{0y} = (2m + 1)\pi$, де $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, то траєкторія є відрізком прямої лінії, що проходить через другий і четвертий квадранти (рис. 5.5, в). У випадку, коли *різниця фаз* $\varphi_{0x} - \varphi_{0y} = (2m + 1)\frac{\pi}{2}$, де $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, траєкторією буде еліпс (рис. 5.5, г) осі якого орієнтовані вздовж напрямків Ox і Oy . В останньому випадку, якщо амплітуди однакові, еліпс перетворюється в коло.

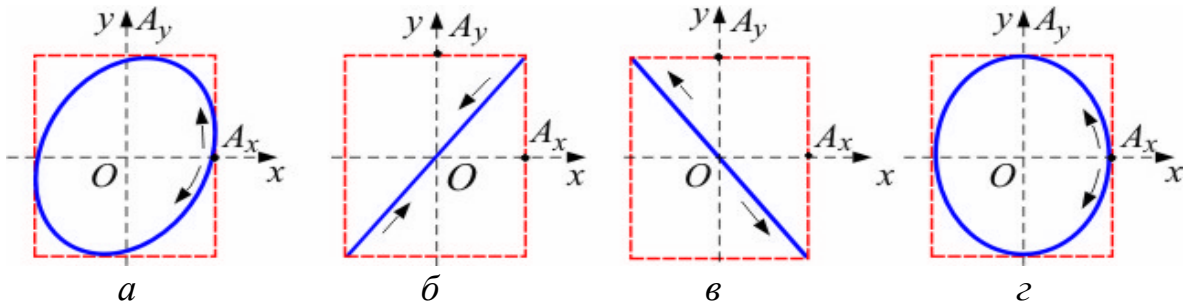


Рис. 5.5

Додавання взаємно перпендикулярних коливань із кратними частотами. Якщо частоти коливань відносяться як цілі числа p і q , то траєкторії матеріальної точки є замкнутими кривими, які названі *фігурами Лісажу*. На рис. 5.6 наведені такі фігури для випадків, коли $\varphi_{0x} - \varphi_{0y} = \pi/2$ і відношення частот дорівнює $2/1$ (рис. 5.6, а) і $3/2$ (рис. 5.6, б).

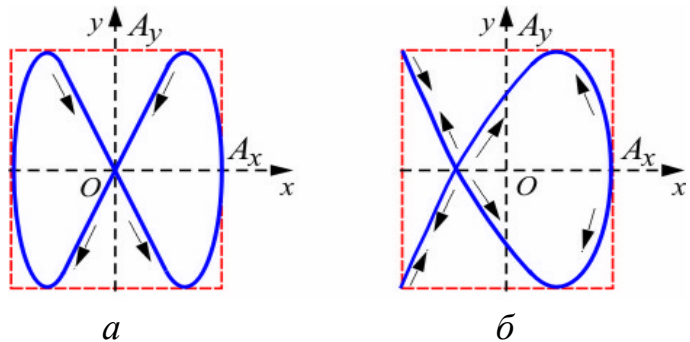


Рис. 5.6

5.3 Вільні коливання

Диференціальне рівняння вільних незгасаючих гармонічних коливань. Рівняння (5.2) і (5.3) є розв'язками диференціального рівняння, що має вигляд

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0, \quad (5.14)$$

де x – відхилення величини яка коливається від рівноважного значення, а ω_0 – власна частота коливань. Воно називається *диференціальним рівнянням вільних незгасаючих коливань*.

Власна частота (період) гармонічних коливань залежить від властивостей системи і визначається через її характеристики. Нижче наведені приклади деяких таких коливальних систем.

Пружний маятник. Це матеріальна точка масою m , яка коливається на невагомій пружині з коефіцієнтом пружності k (рис. 5.7, а). Якщо в системі відсутні сили тертя, то матеріальна точка здійснює гармонічні коливання.

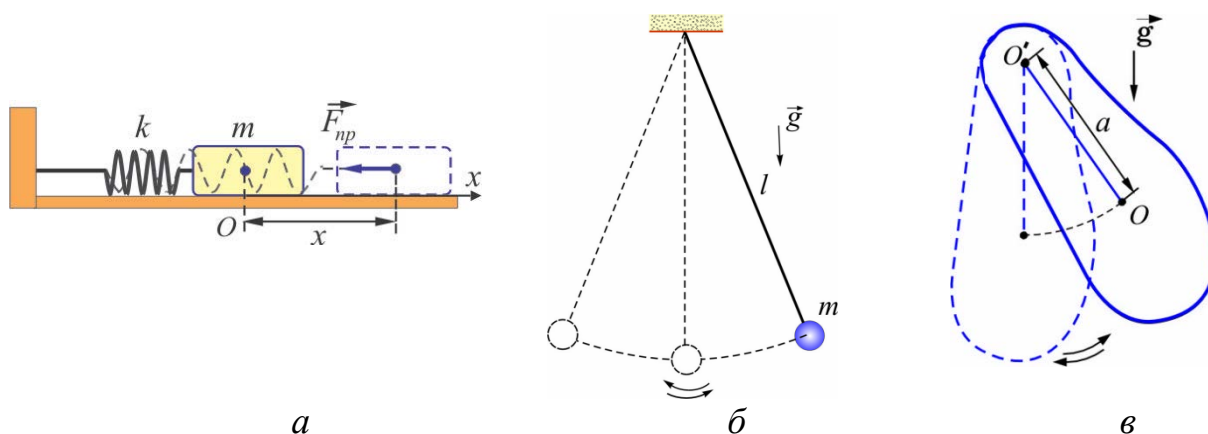


Рис. 5.7

В цьому випадку власна циклічна частота коливань дорівнює

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}. \quad (5.15)$$

Математичний маятник. Це матеріальна точка масою m , що підвішена в поле сил тяжіння на невагомій, нерозтяжній нитці довжиною ℓ (рис. 5.7, б). За відсутності сил тертя і малій амплітуді коливань маятник здійснює гармонічні коливання. Власна циклічна частота коливань математичного маятника дорівнює

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\ell}}, \quad (5.16)$$

де g – прискорення вільного падіння. Отже, частота коливань математичного маятника не залежить від його маси.

Фізичний маятник. Це тверде тіло, яке може здійснювати коливання в полі сил тяжіння навколо нерухомої горизонтальної осі O' , яка не проходить

через його центр інерції O (рис. 5.7, в). За умови малої амплітуди і відсутності сил тертя ці коливання є гармонічними. Циклічна частота власних коливань фізичного маятника дорівнює

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\ell_{\text{прив}}}}, \quad (5.17)$$

де g – прискорення вільного падіння. Величина $\ell_{\text{прив}}$ називається *приведеною довжиною* фізичного маятника і дорівнює

$$\ell_{\text{прив}} = \frac{I}{ma}, \quad (5.18)$$

де I – момент інерції маятника відносно горизонтальної осі O' , m – маса маятника, a – відстань від осі O' до його центру інерції O .

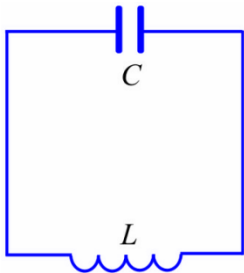


Рис. 5.8

Ідеальний коливальний контур. Це електричний контур (рис.5.8), що складається з конденсатора ємністю C , котушки індуктивністю L , з опором рівним нулю. В такій системі, при наданні конденсатору електричного заряду, виникають власні гармонічні коливання заряду, напруги на пластинах конденсатора, сили струму і ЕРС самоіндукції та інших величин. Власна циклічна частота цих коливань дорівнює

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad (5.19)$$

а період

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC}. \quad (5.20)$$

Співвідношення (5.20) називається *формулою Томсона*.

Енергія гармонічних коливань. В механічних системах енергія коливань складається з кінетичної і потенціальної енергії системи. За відсутності непотенціальних сил кожна з цих складових змінюється в часі, але так, що їх сума зберігається.

Коли одна з енергій дорівнює нулю, інша енергія має максимальне значення, яке збігається з повною енергією коливань. Зокрема, для *пружного маятника* енергія коливань знаходиться за виразом

$$W = \frac{mv_m^2}{2} = \frac{kA^2}{2} = \frac{m\omega_0^2 A^2}{2}, \quad (5.21)$$

де A – амплітуда коливань матеріальної точки з масою m , v_m – амплітудне значення її швидкості, ω_0 – циклічна частота коливань. Формула (5.21) може бути застосована також для знаходження *енергії математичного маятника*.

В *коливальному контурі* енергія коливань складається з енергії електричного поля в конденсаторі і енергії магнітного поля в котушці. В ідеальному контурі сума цих енергій зберігається і коли одна з них дорівнює нулю, інша досягає максимального значення. Енергія коливань в контурі знаходиться за виразом

$$W = \frac{Q_m^2}{2C} = \frac{CU_m^2}{2} = \frac{LI_m^2}{2}, \quad (5.22)$$

де Q_m , U_m , I_m – амплітуди коливань заряду, напруги на обкладинках конденсатора і сили струму в контурі, C і L – ємність і індуктивність контуру. З останніх двох формул випливає, що енергія гармонічних коливань *пропорційна квадрату амплітуди* величини, яка коливається.

5.4 Згасаючі коливання

Згасаючими називаються коливання, амплітуда яких зменшується в часі. Причиною згасання є наявність в реальних фізичних системах непотенціальних сил, наприклад сил тертя або опору. Внаслідок цього відбувається зменшення енергії коливань за рахунок перетворення її в тепло.

Диференціальне рівняння згасаючих коливань має вигляд

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0, \quad (5.23)$$

де x – відхилення величини яка коливається від рівноважного значення; ω_0 – частота власних незгасаючих коливань. Коефіцієнт β називається *коефіцієнтом згасання*. Він залежить від характеристик коливальної системи. Наприклад, для пружного маятника

$$\beta = \frac{r}{2m}, \quad (5.24)$$

де m – маса матеріальної точки, r – коефіцієнт в'язкого тертя. Для електричного коливального контуру

$$\beta = \frac{R}{2L}, \quad (5.25)$$

де L – індуктивність котушки, R – електричний опір контуру.

Розв'язок диференціального рівняння (5.23) має вигляд

$$x(t) = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0). \quad (5.26)$$

Це рівняння називається *рівнянням згасаючих коливань*, а його графік наведений на рис. 5.9. Вираз перед косинусом є амплітудою згасаючих коливань, яка зменшується з часом за експоненціальним законом

$$A(t) = A_0 e^{-\beta t}, \quad (5.27)$$

де A_0 – амплітуда в початковий момент часу $t_0 = 0$. Циклічна частота згасаючих коливань менша за власну частоту ω_0 і дорівнює

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}. \quad (5.28)$$

Характер руху в системі із згасанням залежить від співвідношення між β і ω_0 . Коли $\beta < \omega_0$ (це відповідає слабкому згасанню), у системі відбуваються згасаючі коливання. Якщо $\beta \geq \omega_0$ (що відповідає сильному згасанню), то з (5.28) випливає, що рух у системі не має коливального характеру: в системі не відбувається жодного коливання, а система повертається до рівноважного стану. Такий рух називається *апериодичним*.

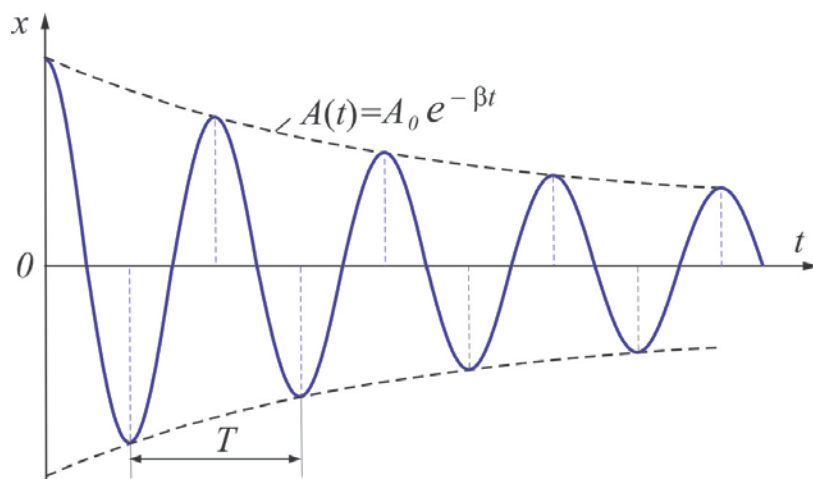


Рис. 5.9

Характеристики швидкості згасання. У якості таких використовують: час релаксації τ , логарифмічний декремент згасання λ і добротність Q коливальної системи.

Часом релаксації τ називається час, за який амплітуда коливань зменшується в e раз ($e \approx 2,718$). Він пов'язаний з коефіцієнтом згасання рівнянням

$$\tau = \frac{1}{\beta}. \quad (5.29)$$

Логарифмічним декрементом згасання λ називається натуральний логарифм відношення двох послідовних максимальних відхилень коливальної величини в один і той же бік, тобто

$$\lambda = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)}, \quad (5.30)$$

де $A(t)$ – амплітуда в момент часу t , $A(t+T)$ – амплітуда в момент часу $t+T$. Логарифмічний декремент згасання пов'язаний з коефіцієнтом згасання β і часом релаксації τ співвідношенням

$$\lambda = \beta T = \frac{T}{\tau}. \quad (5.31)$$

З останнього рівняння випливає, що величина $\frac{1}{\lambda}$ дорівнює кількості коливань, які здійснюються в системі за час релаксації τ .

Добротністю коливальної системи називається фізична величина, рівна добутку 2π на відношення енергії $W(t)$, яка накопичена в коливальній системі в даний момент часу, до енергії, що втрачається системою за один період ($W(t) - W(t+T)$), тобто

$$Q = 2\pi \frac{W(t)}{W(t) - W(t+T)}. \quad (5.32)$$

При невеликому загасанні добротність пов'язана з логарифмічним декрементом згасання співвідношенням

$$Q = \frac{\pi}{\lambda}. \quad (5.33)$$

Енергія згасаючих коливань зменшується в часі пропорційно квадрату амплітуди коливань $W(t) \sim A^2(t)$. Тоді з (5.27) випливає, що

$$W(t) = W_0 e^{-2\beta t}, \quad (5.34)$$

де W_0 – початкова енергія коливань.

5.5 Вимушені коливання

Вимушені коливання виникають під дією зовнішньої періодичної сили в механічних системах або зовнішньої періодичної ЕРС в електричних контурах. Ці періодичні дії мають назву *змушуючих*.

Диференціальне рівняння вимушених коливань має вигляд

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = f_m \cos \Omega t, \quad (5.35)$$

де $f_m = F_m/m$ – відношення максимальної змушуючої сили до маси у випадку механічних коливань; $f_m = \mathcal{E}_m/L$ – відношення максимальної змушуючої ЕРС до індуктивності у випадку електромагнітних коливань у контурі; Ω – частота змушуючої дії.

Для прикладу розглянемо вимушені коливання пружного маятника. Якщо періодична зовнішня сила змінюється в часі за законом $F(t) = F_m \cos \Omega t$, то розв'язок рівняння (5.35) набуває вигляду суми

$$x(t) = x_{\text{зг}}(t) + x_{\text{вим}}(t), \quad (5.36)$$

де $x_{\text{зг}}(t)$ – зміна величини x при загасаючих коливань, а $x_{\text{вим}}(t)$ – зміна величини x при вимушених коливаннях маятника, які встановляться з часом. Очевидно, що з часом згасаючі коливання припиняться і маятник перейде в *режим* коливань з частотою змушуючої сили. Рівняння коливань у режимі, що встановився, має вигляд

$$x(t) = A \cos(\Omega t + \varphi), \quad (5.37)$$

де амплітуда вимушених коливань

$$A = \frac{F_0}{m \sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\beta^2 \Omega^2}}, \quad (5.38)$$

а зсув фаз φ між зміщенням і змушуючою силою визначається за виразом

$$\operatorname{tg} \varphi = -\frac{2\beta \Omega}{\omega_0^2 - \Omega^2}. \quad (5.39)$$

Графіки $\dot{A}(\Omega)$ і $\varphi(\Omega)$ наведені на рис. 5.10.

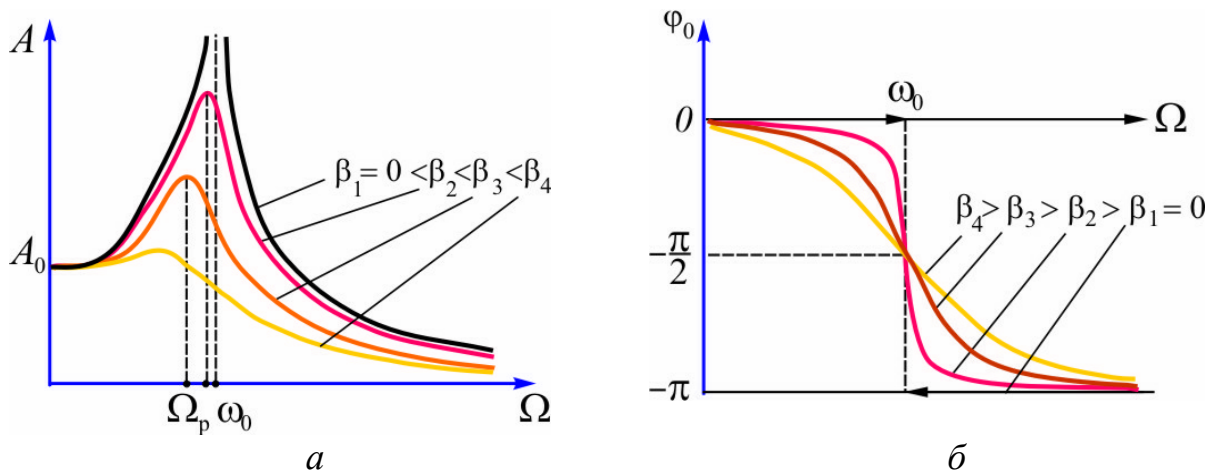


Рис. 5.10

Як видно з рис. 5.10, а, при вимушених коливаннях амплітуда досягає максимуму за деякої частоти Ω_p рівної

$$\Omega_p = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}, \quad (5.40)$$

де ω_0 – циклічна частота вільних незгасаючих коливань.

Явище різкого зростання амплітуди вимушених коливань при наближенні змушуючої частоти Ω до частоти Ω_p називається *резонансом*, а частота Ω_p – *резонансною частотою*. Максимальна амплітуда при резонансі дорівнює

$$A_p = \frac{F_0}{2m\beta\omega_0}. \quad (5.41)$$

Як впливає з рис. 5.10, б, якщо $\beta \ll \omega_0$, то $\Omega_p \approx \omega_0$ і $\varphi(\Omega_p) \approx -\pi/2$.

5.6 Хвилі. Основні властивості хвиль. Рівняння хвилі

У найпростішому розумінні *хвильовий рух (хвиля)* – це поширення збурень (коливань) у просторі, що супроводжуються переносом енергії. За фізичною природою хвилі бувають *пружними (звуковими), електромагнітними* та ін.

За напрямком коливань розрізняють *повздовжні, поперечні і поверхневі хвилі*. *Повздовжніми* називаються хвилі, в яких коливання відбуваються вздовж напрямку їх поширення. *Поперечними* називаються хвилі, в яких коливання відбуваються перпендикулярно напрямку їх поширення. *Поверхневими* називаються хвилі, що виникають на поверхні розділу середовищ, наприклад, повітря – вода та ін.

Монохроматичні хвилі – це хвилі однієї певної частоти ν . *Хвильовою поверхнею* монохроматичної хвилі називається поверхня, у всіх точках якої коливання відбуваються в однаковій фазі. За формою хвильових поверхонь розрізняють плоскі, сферичні, циліндричні та ін. хвилі. Швидкість, з якої рухається хвильова поверхня, називається *фазовою швидкістю* хвилі v . *Фронтом* хвилі називається геометричне місце точок до яких хвиля дійшла в даний момент часу. Найкоротша відстань між найближчими точками простору, у яких коливання синфазні, називається *довжиною хвилі* λ . Вона дорівнює відстані, яку проходить хвиля за час рівний періоду коливань T , тобто

$$\lambda = vT \text{ або } \lambda = \frac{v}{\nu}. \quad (5.42)$$

Рівняння плоскої монохроматичної хвилі, яка поширюється вздовж довільної осі Or , має вигляд

$$\delta(r, t) = A \cos \left[\omega \left(t \mp \frac{r}{v} \right) + \varphi_0 \right] \quad (5.43)$$

або

$$\delta(r, t) = A \cos(\omega t \mp kr + \varphi_0), \quad (5.44)$$

де відлік часу t відбувається від моменту початку коливань у точці $r = 0$; ω – циклічна частота коливань; r – відстань від початку координат до точки в якій визначається $\delta(r, t)$; φ_0 – початкова фаза; $\delta(r, t)$ – відхилення величини яка коливається від рівноважного положення (її зміст визначається фізичною природою хвиль) на відстані r від початку координат в момент часу t ; знак $(-)$ відповідає поширенню хвилі в напрямку осі Or , знак $(+)$ – у протилежному напрямку. Величина k називається *хвильовим числом* і дорівнює

$$k = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{\lambda}. \quad (5.45)$$

Величина, що стоїть в (5.43) і (5.44) під знаком тригонометричної функції називається фазою хвилі.

На рис. 5.11 показана залежність (5.43), (5.44) в даний момент часу. З рисунка випливає, що довжина хвилі λ вказує на періодичність повторення коливань у просторі.

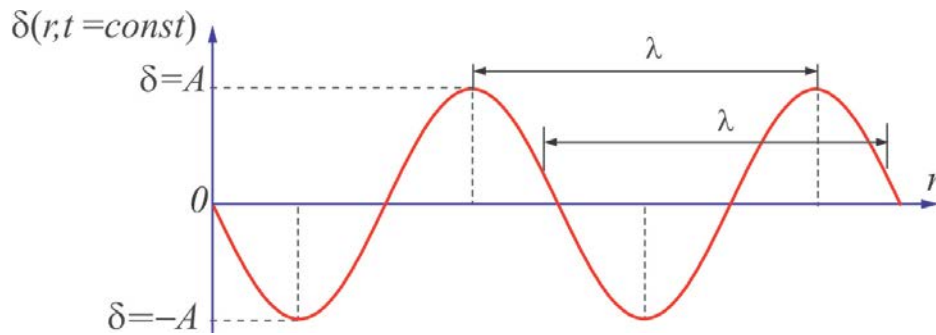


Рис. 5.11

Хвильове рівняння – це диференціальне рівняння, яке описує хвильовий рух в самому загальному випадку і має вигляд

$$\frac{\partial^2 \delta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \delta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \delta}{\partial z^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \delta}{\partial t^2} = 0. \quad (5.46)$$

Зокрема, рівняння хвилі (5.43) є одним з розв'язків цього хвильового рівняння.

5.7 Пружні хвилі

Пружні хвилі – це механічні збурення (деформації), що поширюються в пружному середовищі (наприклад, хвилі в газі, рідині і твердому тілі). Оскільки в газі і рідині відсутні деформації зсуву, то в них поширюються тільки поздовжні хвилі стиснення-розтягнення. В твердих тілах поширюються як поздовжні хвилі, так і поперечні хвилі (деформації зсуву).

У зв'язку з тим, що органами слуху людину сприймаються хвилі частот $\nu = 16 \div 20000$ Гц, цей діапазон умовно називають *звуковим*. Пружні хвилі з частотою $\nu < 16$ Гц називають *інфразвуком*, а з частотою $\nu > 20000$ Гц – *ультразвуком*.

Фазова швидкість поширення поздовжніх пружних хвиль у речовині дорівнює

$$v_{\text{повзд}} = \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \quad (5.47)$$

де E – модуль пружності середовища, а ρ – густина незбуреного середовища. Процес поширення звукових хвиль можна вважати адіабатичним, тому можна E і ρ в (5.47) виразити через параметри стану ідеального газу і одержати

$$v_{\text{повзд}} = \sqrt{\gamma \frac{RT}{\mu}}, \quad (5.48)$$

де γ – показник адиабати (2.28); R – універсальна газова стала; T – абсолютна температура газу; μ – молярна маса газу.

Фазова швидкість поширення поперечних пружних хвиль в однорідному ізотропному твердому середовищі дорівнює

$$v_{\text{попер}} = \sqrt{\frac{G}{\rho}}, \quad (5.49)$$

де G – модуль зсуву середовища.

При поширенні пружних хвиль середовище одержує додаткову механічну енергію – кінетичну енергією коливань частинок і потенціальну енергію деформації. *Об'ємна густина енергії пружної хвилі* – це механічна енергія одиниці об'єму середовища, що обумовлена поширенням пружних хвиль, і дорівнює

$$w = \rho \omega^2 A^2 \sin^2(\omega t - kr), \quad (5.50)$$

де ω – циклічна частота хвилі, а A – амплітуда хвилі.

Потоком енергії Φ називається кількість енергії dW , що переноситься хвилею через дану поверхню S за одиницю часу, тобто

$$\Phi = \frac{dW}{dt}. \quad (5.51)$$

Вектором густини потоку енергії називається вектор, чисельно рівний кількості енергії, яка переноситься хвилею за одиницю часу через одиничну поверхню, перпендикулярну напрямку поширення хвилі і напрямком якого співпадає з напрямком переносу енергії. Для пружних хвиль він називається *вектором Умова* і визначається співвідношенням

$$\vec{U} = w\vec{v}, \quad (5.52)$$

де \vec{v} – швидкість хвилі.

Інтенсивність пружної хвилі дорівнює середньому за період значенню модуля вектора Умова, тобто

$$I = |\bar{U}| = \bar{w}v = \frac{1}{2} \rho \omega^2 A^2 v. \quad (5.53)$$

5.8 Електромагнітні хвилі

Електромагнітними хвилями називаються збурення електромагнітного поля, тобто сукупність змінних електричного і магнітного полів, які поши-

рюються в просторі окремо від заряду. Створити такі збурення можна різними способами: змінними електричними струмами, нагріванням тіл, розрядами в газі, гальмуванням швидких електронів і ін.

Оскільки електричне поле характеризується вектором напруженості \vec{E} , а магнітне – вектором напруженості \vec{H} , то хвильове рівняння (5.46) для електромагнітної хвилі є сукупність двох рівнянь виду

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0, \quad (5.54, \text{ а})$$

$$\frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial z^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0, \quad (5.54, \text{ б})$$

де v – швидкість електромагнітної хвилі.

Якщо хвиля поширюється вздовж осі Or , то з рівнянь (5.54) випливає, що плоска біжуча електромагнітна хвиля, описується рівняннями виду

$$E(r, t) = E_m \cos \omega \left(t \mp \frac{r}{v} \right) = E_m \cos(\omega t \mp kr), \quad (5.55, \text{ а})$$

$$H(r, t) = H_m \cos \omega \left(t \mp \frac{r}{v} \right) = H_m \cos(\omega t \mp kr), \quad (5.55, \text{ б})$$

де E_m і H_m – амплітудні значення векторів \vec{E} і \vec{H} .

Просторовий розподіл векторів \vec{E} і \vec{H} для фіксованого моменту часу наведено на рис. 5.12.

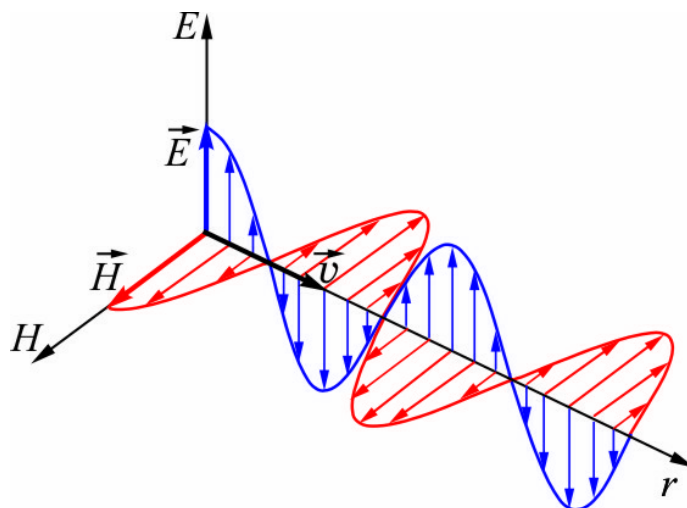


Рис. 5.12

Основні властивості електромагнітних хвиль можна звести до наступних.

1. Електромагнітні хвилі є *поперечними*: вектори \vec{E} і \vec{H} поля хвилі лежать у площинах, перпендикулярних до напрямку поширення хвилі, тобто до вектора швидкості \vec{v} . Отже, *вектори \vec{E} , \vec{H} і \vec{v} утворюють праву трійку* взаємно перпендикулярних векторів.

2. Вектори \vec{E} і \vec{H} коливаються синфазно, досягаючи одночасно амплітудних і нульових значень.

3. Електромагнітні хвилі поширюються як у речовині, так і у вакуумі.

4. Швидкість електромагнітної хвилі в речовині залежить від діелектричної ε і магнітної μ проникностей речовини і дорівнює

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon \mu_0 \mu}}, \quad (5.56)$$

де ε_0 електрична і μ_0 магнітна сталі. Швидкість електромагнітної хвилі у вакуумі визначається співвідношенням

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}, \quad (5.57)$$

а показник заломлення середовища

$$n = \frac{c}{v} = \sqrt{\varepsilon \mu}. \quad (5.58)$$

5. Енергія електромагнітної хвилі складається із суми енергій електричного і магнітного полів. Об'ємні густини цих енергій (3.65) і (4.45) однакові, тобто

$$\frac{\varepsilon \varepsilon_0 E^2}{2} = \frac{\mu \mu_0 H^2}{2} = \frac{\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon \mu_0 \mu} E H}{2}. \quad (5.59)$$

Вектор густини потоку енергії електромагнітної хвилі визначається аналогічно вектору Умова. Він називається *вектором Пойнтинга* і визначається співвідношенням

$$\vec{P} = \vec{E} \times \vec{H}. \quad (5.60)$$

Інтенсивність електромагнітної хвилі дорівнює середньому за період значенню модуля вектора Пойнтинга, тобто

$$I = |\bar{P}| = \bar{w}v = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \varepsilon E_m^2 v. \quad (5.61)$$

Поняття про шкалу електромагнітних хвиль. В залежності від довжини хвилі електромагнітні хвилі підрозділяють на кілька діапазонів, що зображені на шкалі електромагнітних хвиль (рис. 5.13): *радіохвилі, оптичні хвилі, рентгенівські промені і γ – промені.*



Рис. 5.13

В свою чергу кожний діапазон підрозділяється на декілька піддіапазонів. Зокрема, в оптичному діапазоні виділяють електромагнітні хвилі з довжиною хвилі від $4 \cdot 10^{-7}$ м до $7,8 \cdot 10^{-7}$ м, які сприймаються органами зору людини і називаються *світловими*. Хвилі оптичного діапазону з довжиною хвилі $\lambda < 4 \cdot 10^{-7}$ м називають *ультрафіолетовими*, а з довжиною хвилі $\lambda > 7,8 \cdot 10^{-7}$ м – *інфрачервоними*.

Для кожного з діапазонів окрім ряду загальних властивостей характерні і відмінності – методи одержання і реєстрації хвиль, взаємодія їх з речовиною, області застосування та ін.

5.9 Хвильові процеси. Інтерференція світла

Всім хвильовим процесам, незалежно від їхньої природи, властиві ряд явищ – інтерференція, дифракція, поляризація, дисперсія та ін. Більшість цих явищ експериментально найбільш просто спостерігати у видимому діапазоні електромагнітних хвиль, тому розглянемо їх на прикладі світлових хвиль.

Світлові хвилі при поширенні від різних джерел можуть накладатися одна на одну. Дослід свідчить, що при невеликих значеннях інтенсивності, хвилі за областю накладення поширюються так, ніби вони і не накладалися. Цей експериментальний факт називається *принципом незалежності поширення хвиль*.

У кожній точці області накладення відбувається додавання коливань від кожної з хвиль. В залежності від властивостей хвиль можливі два випадки: 1) в кожній точці області накладення відбувається додавання інтенсивностей хвиль, що накладаються; 2) в області накладення відбувається стійкий, незалежний від часу, перерозподіл результуючої інтенсивності (в одних точках результуюча інтенсивність переважає сумарну інтенсивність хвиль, що

накладаються, в інших – менше її. Явище перерозподілу інтенсивності хвиль в останньому випадку називається *інтерференцією хвиль*.

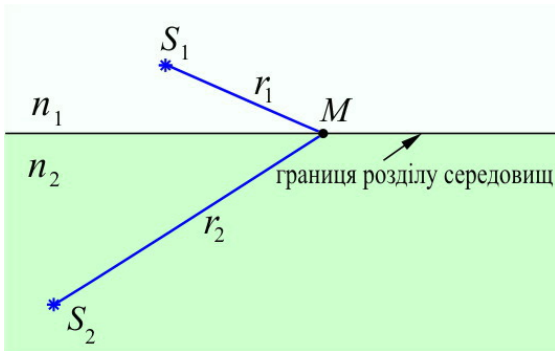


Рис. 5.14

Більш докладно проаналізуємо випадок накладення гармонічних хвиль, що поширюються від двох джерел S_1 і S_2 в однорідних середовищах з різними значеннями коефіцієнтів заломлення n_1 і n_2 в точці M , яка перебуває на межі розділу середовищ (рис.5.14). Реєстрація світла будь-яким приладом, зокрема людським оком, визначається вектором напруженості електричного поля світлової хвилі. Як впливає з виразу (5.6), при накладенні

гармонічних світлових хвиль, що поширюються від двох джерел, в будь-якій точці накладення, результуюча амплітуда напруженості електричного поля дорівнює

$$E_m = \sqrt{E_{m1}^2 + E_{m2}^2 + 2E_{m1}E_{m2}\cos\Delta\varphi}, \quad (5.62)$$

де E_{m1} і E_{m2} – амплітудні значення напруженості електричного поля першої і другої хвиль, а $\Delta\varphi$ – різниця фаз між хвилями в цій точці. З виразу (5.55) випливає, що

$$\Delta\varphi = (\omega_2 - \omega_1)t - (k_2r_2 - k_1r_1) + (\varphi_{02} - \varphi_{01}). \quad (5.63)$$

В цьому виразі ω_1 і ω_2 – циклічні частоти обох хвиль, k_1 і k_2 – їх хвильові числа, φ_{01} і φ_{02} – початкові фази, t – час.

Коли різниця фаз $\Delta\varphi$ змінюється випадково і швидко, середнє значення $\cos\Delta\varphi = 0$, то з (5.62) маємо $E_m^2 = E_{m1}^2 + E_{m2}^2$. Тоді результуюча інтенсивність світла, яка прямо пропорційна квадрату амплітуди, дорівнює сумі інтенсивностей $I = I_1 + I_2$, тобто реалізується випадок 1).

Для реалізації випадку 2) необхідно, щоб в розглянутій точці M різниця фаз $\Delta\varphi = const$. Тільки в цьому випадку результуюча інтенсивність, як впливає з виразу (5.62), дорівнює

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2}\cos\Delta\varphi \quad (5.64)$$

і змінюватися не буде. Дві хвилі з різницею фаз, що не залежить від часу, називаються *когерентними*

Як впливає з виразу (5.63), дві гармонічні хвилі когерентні, якщо в них частоти однакові ($\omega_1 = \omega_2$), а різниця початкових фаз ($\varphi_{02} - \varphi_{01}$) не зміню-

ється в часі. Отже, явище інтерференції відбувається при накладенні саме когерентних хвиль.

В найпростішому випадку, коли $\varphi_{02} - \varphi_{01} = 0$, різниця фаз визначається виразом

$$\Delta\varphi = k_2 r_2 - k_1 r_1. \quad (5.65)$$

Враховуючи, що $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ і $\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$, останній вираз можна привести до вигляду

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} (r_2 n_2 - r_1 n_1), \quad (5.66)$$

де λ – довжина світлової хвилі в середовищі з коефіцієнтом заломлення n , а λ_0 – довжина цієї ж хвилі у вакуумі.

Величина, що чисельно рівна добутку геометричного шляху пройденого хвилею, на коефіцієнт заломлення середовища, в якому ця хвиля поширюється, називається *оптичною довжиною шляху*. Різниця оптичних довжин шляхів

$$\Delta = r_2 n_2 - r_1 n_1 \quad (5.67)$$

називається *оптичною різницею ходу*.

Отже, різниця фаз в довільній точці накладення когерентних хвиль визначається оптичною різницею ходу, тобто

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta. \quad (5.68)$$

З виразів (5.62), (5.64) і (5.68) випливають умови спостереження інтерференційних максимумів і мінімумів.

Максимуми спостерігаються в тих точках області накладення двох когерентних хвиль, у яких різниця фаз і різниця ходу задовольняють умовам

$$\Delta\varphi = 2m\pi \quad \text{і} \quad \Delta = m\lambda, \quad (5.69)$$

де $m = \pm 0, 1, 2, 3, \dots$ – порядок інтерференційного максимуму. В цих точках результуюча амплітуда $E_m = E_{m1} + E_{m2}$, а результуюча інтенсивність $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}$, тобто перевершує суму інтенсивностей на інтерференційну складову $2\sqrt{I_1 I_2}$. Якщо амплітуди обох хвиль однакові ($E_{m1} = E_{m2}$), то $E_m = 2E_{m1}$ і $I = 4I_1$.

Мінімуми спостерігаються в тих точках, в яких виконуються умови

$$\Delta\varphi = (2m+1)\pi \text{ або } \Delta = (2m+1)\frac{\lambda}{2}, \quad (5.70)$$

де $m = \pm 0, 1, 2, 3, \dots$ – порядок інтерференційного мінімуму. В цих точках результуюча амплітуда $E_m = |E_{m1} - E_{m2}|$, а результуюча інтенсивність $I = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}$, тобто менше суми інтенсивностей на ту ж інтерференційну складову $2\sqrt{I_1 I_2}$. Якщо амплітуди обох хвиль однакові, то $E_m = 0$ і $I = 0$.

5.10 Стоячі хвилі

Стояча хвиля утворюється в результаті накладення двох біжучих гармонічних хвиль з однаковими частотами і однаковими амплітудами, які поширюються назустріч одна одній (найчастіше прямої і відбитої хвилі) та описується рівнянням

$$\delta(r, t) = A\cos(\omega t - kr) + A\cos(\omega t + kr) = 2A\cos kr \cos \omega t. \quad (5.71)$$

Амплітуда стоячої хвилі залежить від координати

$$A_{\text{ст}} = |2A\cos kr|, \quad (5.72)$$

а частота коливань така ж, як і частота хвиль, що накладаються.

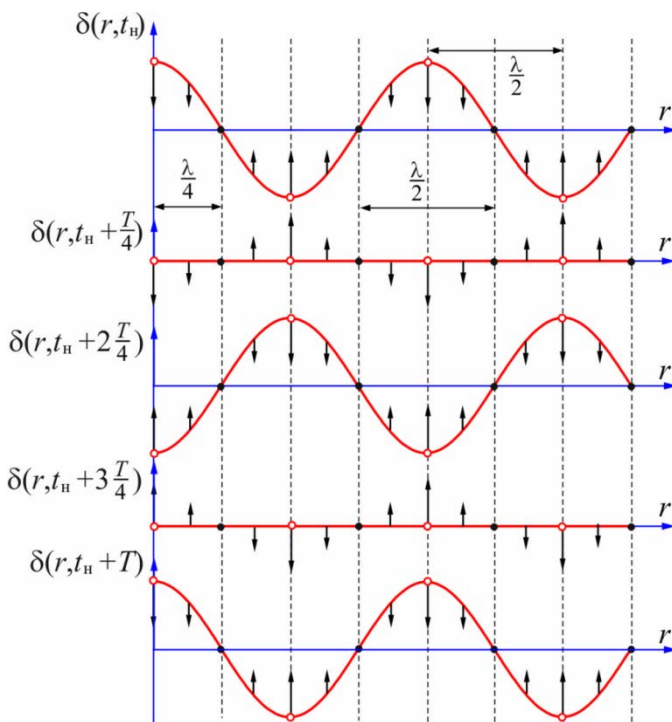


Рис. 5.15

На рис. 5.15 представлені відхилення коливальної величини в стоячій хвилі від рівноважного положення в різні моменти часу. Точки, в яких амплітуда стоячої хвилі максимальна ($A_{\text{ст}} = 2A$), називаються *пучностями*. Точки, в яких амплітуда стоячої хвилі мінімальна ($A_{\text{ст}} = 0$), називаються *вузлами*. Координати пучностей визначаються з умови $kr = m\pi$, а вузлів – з умови $kr = (2m+1)\frac{\pi}{2}$, де $m = 0, 1, 2, \dots$ З них випливає, що відстані між двома сусідніми пучностями також як і двома сусідніми вузлами дорівнюють $\lambda/2$, а відстань між сусідніми пучністю і вузлом рівна $\lambda/4$ (рис. 5.15).

Фаза коливань у всіх точках між сусідніми вузлами, як випливає з (5.71), однакова, а при переході через вузол змінюється на π .

5.11 Поняття про когерентність реальних хвиль. Інтерференція світла в тонких плівках

За ряду причин світлові хвилі від звичайних джерел (за винятком лазерних) не є когерентними. Вони немонохроматичні, спектр їх циклічних частот має певну ширину від $\omega - \frac{\Delta\omega}{2}$ до $\omega + \frac{\Delta\omega}{2}$. Однак і таку хвилю, як показують

відповідні розрахунки, впродовж проміжку часу $\tau_{\text{ког}} = \frac{\pi}{\Delta\omega}$ можна вважати приблизно монохроматичною (її звичайно називають *квазімонохроматичною*) з циклічною частотою ω . Цей проміжок часу $\tau_{\text{ког}}$ називається *часом когерентності*. Відстань $l_{\text{ког}} = c\tau_{\text{ког}}$ (c – швидкість світла), яку проходить хвиля за час когерентності, називається *довжиною когерентності*.

Сказане вище пояснює ряд методів одержання когерентних світлових хвиль від звичайних джерел. Суть їх зводиться до поділу світлової хвилі на дві або кілька хвиль. Якщо ці хвилі після проходження ними різних оптичних шляхів накладаються, то спостерігається їх інтерференція. Однак, при цьому оптична різниця ходу повинна залишатися меншою ніж довжина когерентності.

Саме такий процес реалізується при інтерференції світла в тонких плівках. Якщо на тонку прозору плівку товщиною d з коефіцієнтом заломлення n падає паралельний пучок 1 квазімонохроматичного світла з довжиною хвилі λ , то в результаті відбиття світла від верхньої і нижньої меж плівки утворюються два пучки 1' і 1'' (рис. 5.16), накладення яких приводить до інтерференції.

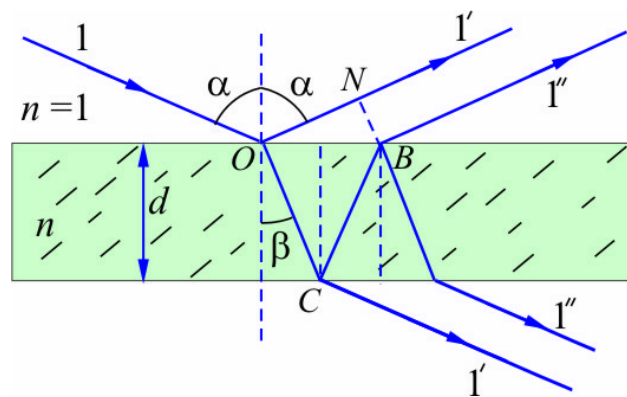


Рис. 5.16

Результат інтерференції визначається оптичною різницею ходу, рівною

$$\Delta = (OC + CB)n - (ON - \frac{\lambda}{2}) = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} + \frac{\lambda}{2} = 2dn \cos \beta + \frac{\lambda}{2}. \quad (5.73)$$

В (5.73) враховано, що при відбитті світла на верхній границі плівки від середовища з більшим коефіцієнтом заломлення (оптично більш щільного середовища) фаза відбитої хвилі стрибком змінюється на π , що еквівалентно оптичному шляху $\frac{\lambda}{2}$.

У випадку виконання умови (5.69), тобто коли

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} + \frac{\lambda}{2} = 2dn \cos \beta + \frac{\lambda}{2} = m\lambda, \quad (5.74)$$

світлові пучки 1' і 1'' підсилюють один одного, і спостерігається максимум – поверхня плівки має колір, що відповідає довжині хвилі λ , яка задовольняє умові (5.74).

У випадку ж виконання умови (5.70), коли

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} + \frac{\lambda}{2} = 2dn \cos \beta + \frac{\lambda}{2} = (2m + 1)\frac{\lambda}{2}, \quad (5.75)$$

світлові пучки 1' і 1'' послабляють один одного і спостерігається мінімум – плівка темна.

5.12 Явище дифракції. Принцип Гюйгенса – Френеля і метод зон Френеля

У вузькому сенсі під дифракцією хвиль (світла) розуміють огинання ними перешкод, проникнення хвиль в область геометричної тіні. Дифракція спостерігається на перешкодах, лінійні розміри яких порівняні з довжиною хвилі. Між явищами інтерференції і дифракції немає принципової фізичної відмінності – обидва явища зводяться до перерозподілу інтенсивності хвиль у просторі в результаті їх суперпозиції. Якщо ці хвилі збуджуються кінцевим числом дискретних когерентних джерел – кажуть про інтерференцію хвиль. Якщо ж хвилі збуджуються неперервно розташованими когерентними джерелами – кажуть про дифракцію хвиль. Розрізняють два види дифракції: дифракцію в збіжних променях (дифракцію Френеля) і дифракцію в паралельних променях (дифракцію Фраунгофера).

В багатьох випадках вид дифракційної картини можна обґрунтувати за допомогою наближеного методу – *принципу Гюйгенса – Френеля*. Суть цього принципу зводиться до наступного.

1. Елементи dS будь-якої замкненої поверхні S , що оточує джерело хвиль S_0 (рис. 5.17), можна вважати когерентними точковими джерелами вторинних хвиль.

2. Результируючу амплітуду, а, отже, і інтенсивність, у будь-якій точці спостереження M можна розрахувати як результат інтерференції вторинних хвиль від усіх елементів dS поверхні S . При цьому вважається, що амплітуда

хвилі від кожного вторинного джерела: пропорційна його площі dS ; обернено пропорційна відстані r від dS до точки спостереження; монотонно зменшується від максимального значення до нуля, якщо кут α між зовнішньою нормаллю до поверхні dS і напрямком від неї в точку спостереження збільшується від нуля до $\frac{\pi}{2}$; якщо частина поверхні S закрита непрозорими екранами, то закриті ними вторинні джерела хвиль не випромінюють.

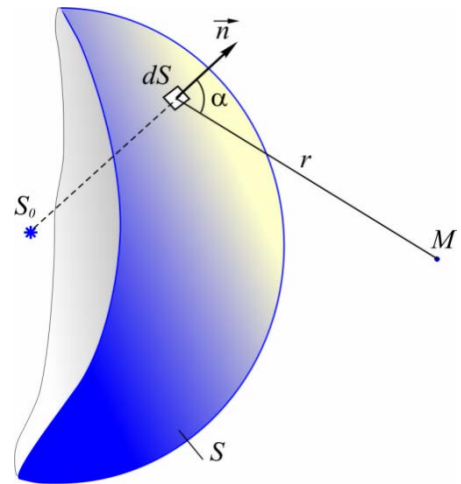


Рис. 5.17

З метою спрощення додавання вторинних хвиль Френель запропонував у якості замкнутої поверхні S вибирати хвильову поверхню (у неї всі вторинні джерела синфазні) і розбивати її на зони так, щоб оптична різниця ходу від країв сусідніх зон відрізнялася на $\frac{\lambda}{2}$. Ці зони називаються зонами Френеля.

У цьому випадку фази коливань, що збуджуються сусідніми зонами в точці спостереження, відрізняються на π , а результуюча амплітуда E_m визначається співвідношенням

$$E_m = E_{m1} - E_{m2} + E_{m3} - E_{m4} + E_{m5} - \dots, \quad (5.76)$$

де E_{m1}, E_{m2}, \dots – амплітуди від першої, другої та ін. зон.

На рис. 5.18 наведений приклад розбиття на зони Френеля сферичної хвильової поверхні S для світлової хвилі від точкового джерела світла S_0 .

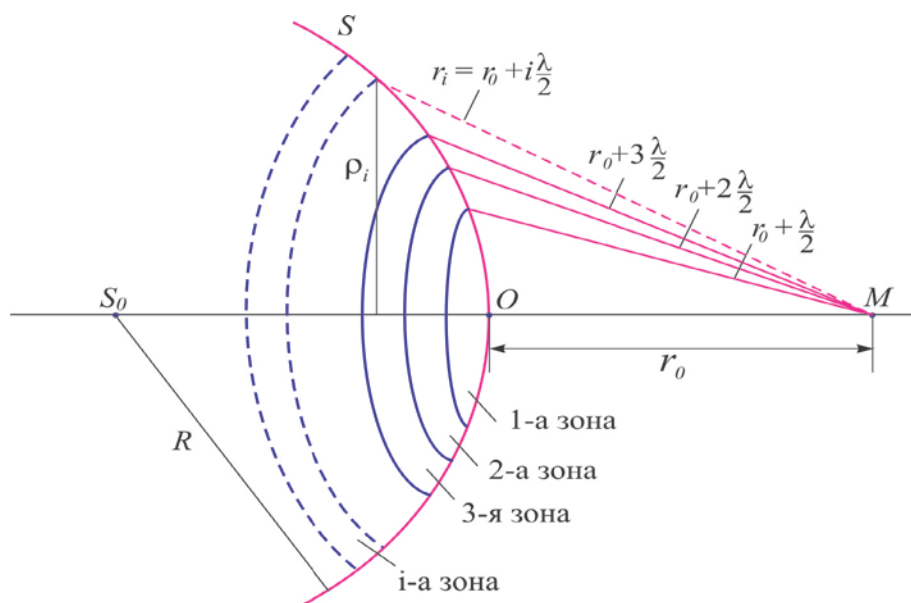


Рис. 5.18

В цьому випадку радіуси зон Френеля дорівнюють

$$\rho_i = \sqrt{\frac{ir_0R\lambda}{r_0 + R}}, \quad (5.77)$$

а площі зон практично однакові і визначаються співвідношенням

$$\Delta S_i = \frac{\pi r_0 R \lambda}{r_0 + R}, \quad (5.78)$$

де i – номер зони, r_0 – відстань від вершини хвильової поверхні O до точки спостереження M , R – радіус хвильової поверхні, λ – довжина світлової хвилі. Отже, в цьому випадку вплив площі зон на зміну амплітуд можна не враховувати.

5.13 Дифракція на щілині. Дифракційні решітки

Дифракція на щілині і дифракційних решітках спостерігається в паралельних променях. Експериментально це можна здійснити двома способами: або джерело світла і точка спостереження розташовані від перешкоди настільки далеко, що промені, які падають на перешкоду, і промені, що ідуть від перешкоди в точку спостереження, практично паралельні (рис. 5.19, *a*); або точкове джерело світла (рис. 5.19, *б*) розташовано у фокальній площині збирної лінзи (при цьому промені падають на перешкоду паралельним пучком), а дифракційна картина спостерігається на екрані, який розташований у фокальній площині іншої збирної лінзи (у будь-якій точці екрана лінза збирає паралельні промені).

У випадку, коли на вузьку і довгу прямокутну щілину шириною b перпендикулярно до її поверхні падає паралельний пучок квазімонохроматичного світла з довжиною хвилі λ (рис. 5.20, *a*), дифракційна картина має вигляд світлих і темних смуг (максимумів і мінімумів інтенсивності світла I), що орієнтовані паралельно щілині (рис. 5.20, *б, в*). При цьому максимуми і мінімуми розташовані по обидва боки від центрального максимуму симетрично.

Мінімуми спостерігаються під кутами α , які задовольняють умові

$$b \sin \alpha = \pm m \lambda, \quad (5.79)$$

а максимуми (приблизно) – умові

$$b \sin \alpha = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad (5.80)$$

де $m = 1, 2, 3, \dots$. З рис. 5.20 випливає, що $b \sin \alpha = \Delta$ є ніщо інше як оптична різниця ходу між променями, що приходять у точку спостереження від країв щілини. Самі ж умови (5.79) і (5.80) можуть бути отримані шляхом розбиття фронту хвилі, що збігається з площиною щілини, на зони Френеля і обчислення співвідношення (5.76).

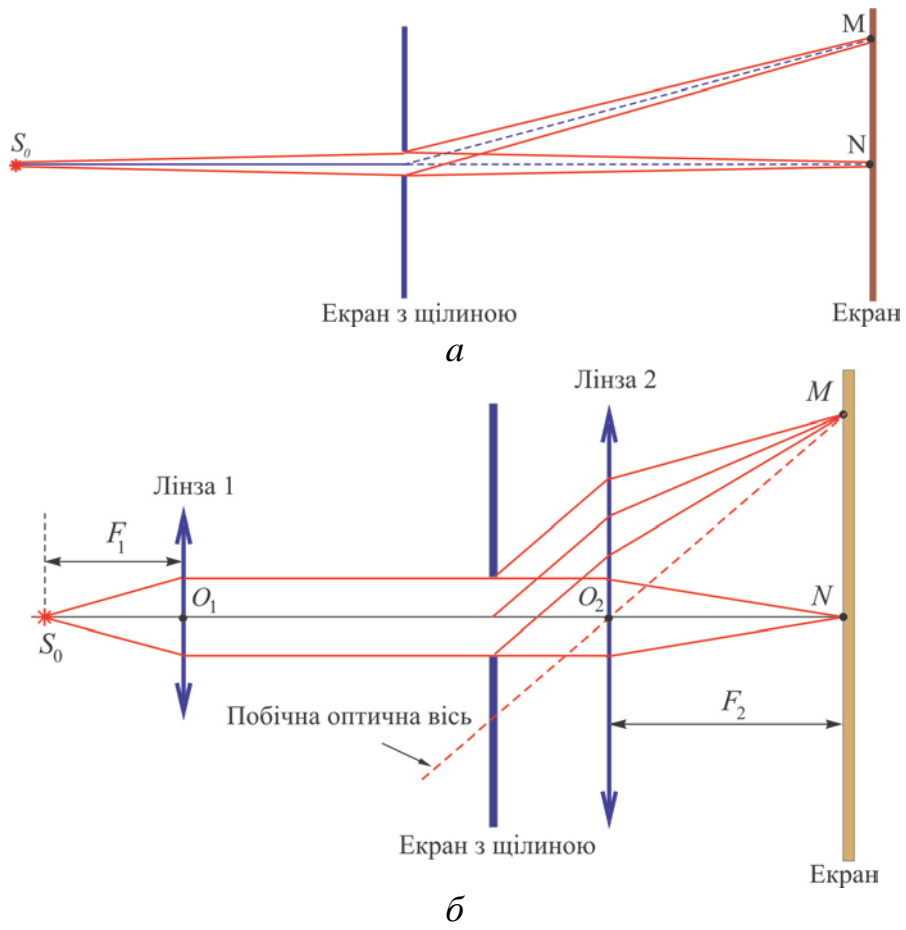


Рис. 5.19

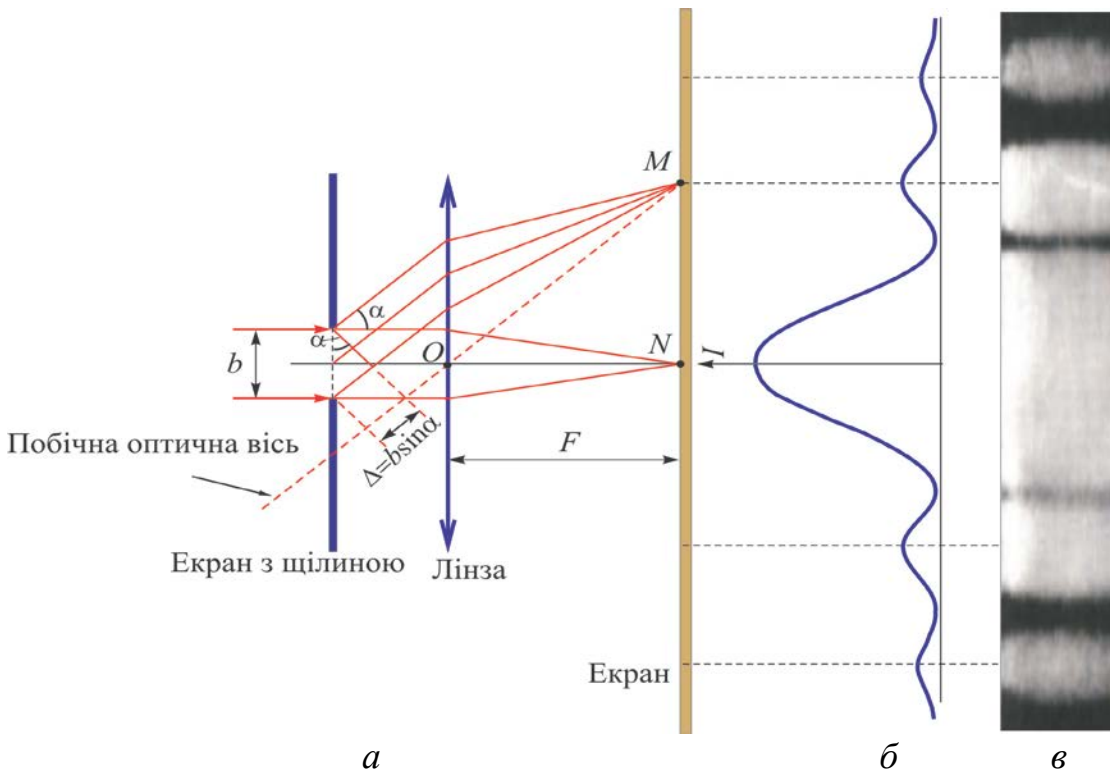


Рис. 5.20

Одновимірною *дифракційною решіткою* являє собою систему з великої кількості N однакових щілин шириною b , розташованих в одній площині, і розділених однаковими, непрозорими для світла проміжками шириною a . Сума ширини щілини і непрозорого проміжку $d = b + a$ називається *параметром (періодом, постійною, кроком)* дифракційної решітки.

Очевидно, що у випадку дифракційних решіток (рис. 5.21, *а*) за тих же вихідних умов, що і для щілини, дифракційні картини від усіх щілин накладаються і завдяки тому, що хвилі від усіх щілин когерентні, відбувається їх інтерференція.

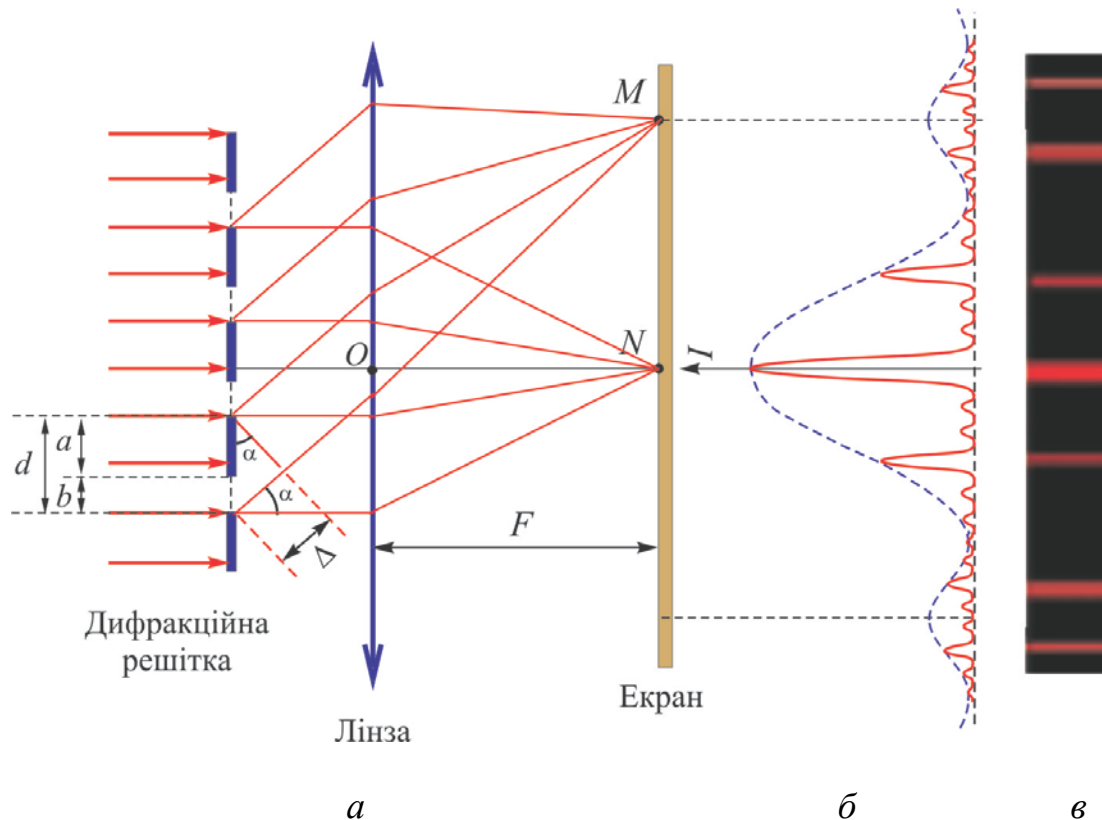


Рис. 5.21

В результаті цього дифракційна картина змінюється (рис. 5.21, *б, в*). Під кутами спостереження α , що задовольняють умові

$$d \sin \alpha = \pm n \lambda, \quad (5.81)$$

де $n = 0, 1, 2, 3, \dots$, хвилі від різних щілин приходять з різницею фаз $\Delta\varphi = \pm 2n\pi$ і коливання, викликані ними, додаються. В цих місцях результуюча амплітуда коливань E_m збільшується в N разів порівняно з амплітудою E_{m1} від однієї щілини (тобто $E_m = N E_{m1}$), а результуюча інтенсивність I – у N^2 разів (рис.5.21) порівняно з інтенсивністю I_1 від однієї щілини (тобто $I = N^2 I_1$). Максимуми, що задовольняють умові (5.81), називаються *головними максимумами*.

Між сусідніми головними максимумами при виконанні умови

$$d \sin \alpha = \pm k \frac{\lambda}{N}, \quad (5.82)$$

де $k = 1, 2, 3, \dots$ (але $k \neq 0, N, 2N, 3N, \dots$), розташовані $N - 1$ додаткових мінімумів і $N - 2$ додаткових максимумів. Інтенсивність додаткових максимумів не перевищує кілької відсотків від інтенсивності головних і на тлі головних вони практично не помітні. Але наявність додаткових мінімумів і максимумів обумовлює звуження головних, в результаті чого дифракційна картина в порівнянні з картиною від однієї щілини відрізняється набагато більшою чіткістю – замість слабких по інтенсивності і широких максимумів у випадку однієї щілини, у випадку решітки спостерігаються вузькі і інтенсивні світлі лінії, розділені широкими, практично темними проміжками.

Слід підкреслити, що під кутами спостереження, що задовольняють умові мінімумів (5.79) від однієї щілини, і у випадку дифракційної решітки будуть мінімуми, які називаються *головними мінімумами*.

5.14 Природне і поляризоване світло. Поляризація світла при відбитті від границі розділу двох діелектриків

У звичайних джерелах світла (за винятком лазерів) атоми випромінюють незалежно один від одного. Світло від них являє собою результат накладення випромінювань безлічі атомів і тому в ньому всі напрямки коливань вектора \vec{E} в площині, перпендикулярній напрямку поширення променя рівноімовірні (рис. 5.22, а). Таке світло називається *природним* або *неполяризованим*.

За певних умов можна одержати світло, у якому напрямком коливань вектора \vec{E} певним чином упорядкований і таке світло називається *поляризованим*.

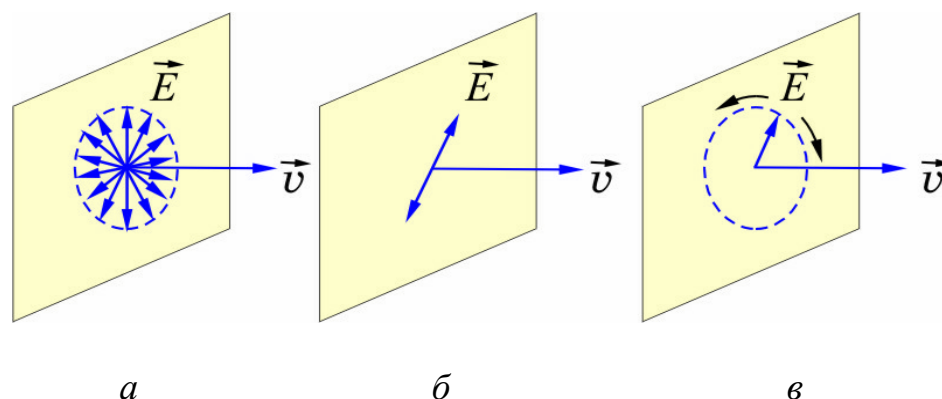


Рис. 5.22

Можливі наступні варіанти впорядкування.

В площині, перпендикулярній напрямку поширення променя, вектор \vec{E} коливається вздовж одного напрямку. Таке світло називається *плоско поляризованим*.

зованим або лінійно поляризованим (рис. 5.22, б). Площина, що проходить через напрямок коливань вектора \vec{E} і напрямок поширення променя, називається *площиною коливань* або *площиною поляризації*.

В площині, перпендикулярній напрямку поширення променя, вектор \vec{E} обертається і одночасно змінюється за величиною так, що кінець його описує еліпс. Таке світло називається *еліптично поляризованим* (рис. 5.22, в).

В згаданій вище площині вектор \vec{E} обертається, не змінюючись за величиною, а кінець його описує коло. Таке світло називається *поляризованим по колу* або *циркулярно поляризованим*.

Якщо ж у площині, перпендикулярній напрямку поширення променя, для вектора \vec{E} існує певний переважний напрямок коливань, світло називається *частково поляризованим*.

Існує кілька способів перетворення природного світла в плоско поляризоване. Прилади, що застосовуються для цього, називаються *поляризаторами*. При падінні природного світла на поляризатор, світло з коливаннями вектора \vec{E} в деякому одному напрямку пропускається, а в напрямку перпендикулярному до нього – затримується.

Брюстер встановив, що при відбитті природного світла від границі розділу двох прозорих діелектриків при куті падіння $\alpha_{\text{Бр}}$, що задовольняє умові

$$\operatorname{tg} \alpha_{\text{Бр}} = n_{21}, \quad (5.83)$$

де $n_{21} = n_2 / n_1$ – відносний показник заломлення другого середовища відносно першого, відбите світло плоско поляризоване з напрямком коливань вектора \vec{E} , перпендикулярним до площини падіння (рис. 5.23).

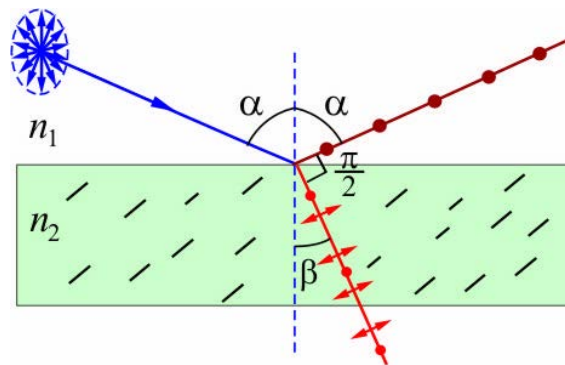


Рис. 5.23

При цьому кут між відбитим і заломленим променями прямий. Цей експериментальний факт називається *законом Брюстера*. Заломлене світло частково поляризоване з переважним напрямком коливань вектора \vec{E} в площині падіння.

5.15 Подвійне заломлення променів. Призма Ніколя. Закон Малюса

При проходженні світла через деякі прозорі анізотропні кристали світловий промінь розділяється на два промені (рис. 5.24). Це явище називається *подвійним заломленням променів*. Кристали в яких спостерігається подвійне заломлення поділяються на одновісні та двовісні. Обмежимося розглядом лише одновісних кристалів. В таких кристалах є один напрямок, названий *оптичною віссю*. При поширенні світла вздовж цього напрямку подвійного заломлення не відбувається. На рис. 5.24 оптична вісь OO' кристала показана пунктирною лінією. Площина, що проходить через оптичну вісь і напрямок поширення променя світла, називається *головним перерізом* або *головною площиною кристала*.

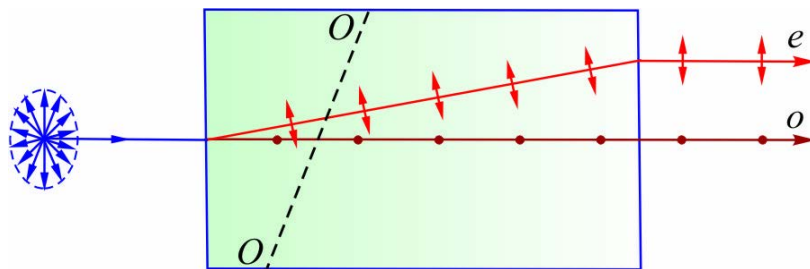


Рис. 5.24

В одновісних кристалах обидва промені є плоско поляризованими із взаємно перпендикулярними напрямками коливань вектора \vec{E} . Коефіцієнт заломлення n_o одного із променів не залежить від напрямку поширення в кристалі. Цей промінь називається *звичайним* і його прийнято позначати індексом o . Інший промінь називається *незвичайним*, його коефіцієнт заломлення n_e при зміні напрямку поширення змінюється і цей промінь позначають індексом e . Напрямок коливань вектора \vec{E} у звичайному промені перпендикулярний головному перерізу (рис. 5.24), а в незвичайному – збігається з головним перерізом. В деяких кристалах один із променів поглинається сильніше іншого. Це явище називається *дихроїзмом*.

Очевидно, що оптично анізотропні подвійно заломлюючі кристали можуть бути використані для виготовлення поляризаторів. Для цього один із плоско поляризованих променів світла, що поширюються в кристалі, необхідно видалити. Реалізувати це можна двома способами.

1. Використовувати подвійно заломлюючі кристали із сильно вираженим дихроїзмом у видимій частині спектра і підбирати їх товщину так, щоб один із променів повністю поглинувся. Так, кристал турмаліну товщиною 1 мм практично повністю поглинає звичайний промінь, а в кристалах сульфату йодистого хініну (герпатиту) один із променів поглинається при товщині всього 0,1 мм. Зокрема, герпатит широко використовується для виготовлення великих за площею і порівняно дешевих поляризаторів, названих поляроїдами. Поляроїд являє собою прозору плівку, наприклад целулоїду, в яку у великій кількості введені дрібні, певним чином орієнтовані, кристалики герпатиту.

2. Виготовляти з використанням подвійно заломлюючих кристалів, що не мають сильного дихроїзму спеціальні призми, у яких один із променів відхиляється вбік. Обладнання таких призм подібно широко розповсюдженій *призмі Ніколя (ніколю)*. Ця призма являє собою певним чином оброблений кристал ісландського шпату, розрізаний по діагоналі і склеєний потім прозорою для світла речовиною – канадським бальзамом. Коефіцієнт заломлення n_o канадського бальзаму задовольняє умові $n_e < n_o < n_o$. Тому на границі з ним звичайний промінь зазнає повного внутрішнього відбиття і відхиляється вбік, а з ніколя виходить лише незвичайний промінь (рис. 5.25).

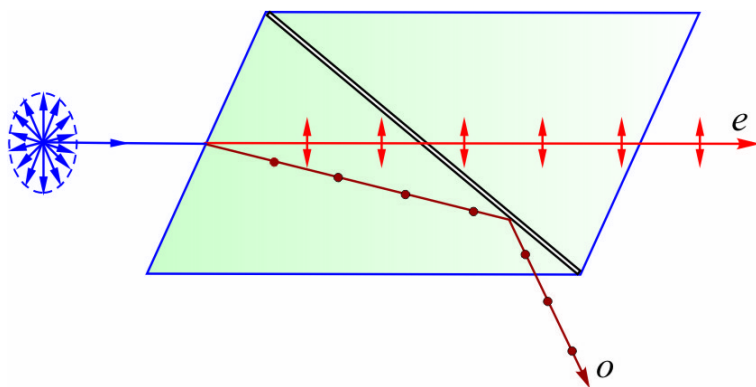


Рис. 5.25

Будь-який поляризаційний прилад (поляризатор) можна використовувати і для аналізу ступеня поляризації світла, яке на нього падає. У цьому випадку той же самий прилад називається *аналізатором*.

Припустимо, що в якості аналізатора використовується призма Ніколя. У призмі будь-який напрямок ко-

ливаний вектора \vec{E} розкладається на два напрямки – у площині головного перерізу і перпендикулярно до неї. Тому, якщо на призму падає природне світло, в якому всі напрямки коливань вектора \vec{E} в площині, перпендикулярній променю рівноімовірні, то сумарні складові амплітуд вектора \vec{E} в цих напрямках однакові. Отже, в ідеалізованому випадку, коли відбиття і поглинання світла в призмі відсутні, інтенсивності променів звичайного та незвичайного однакові і дорівнюють половині інтенсивності I падаючого на неї світла, тобто

$$I_e = I_o = \frac{I}{2}. \quad (5.84)$$

Отже, оскільки із призми виходить лише незвичайний промінь, то інтенсивність світла на виході аналізатора буде дорівнює половині інтенсивності від падаючого світла.

Інша картина спостерігається при падінні на аналізатор плоско поляризованого світла (рис.5.26, *a*). В цьому випадку при тих же ідеалізованих умовах, як впливає з рис. 5.26, *б* (на цьому рисунку промінь світла поширюється від нас і його напрямок показаний хрестом, пунктирна лінія OO відображає напрямок оптичної осі аналізатора) амплітудні значення вектора напруженості електричного поля звичайного і незвичайного променів дорівнюють $E_{em} = E_m \cos \alpha$ і $E_{om} = E_m \sin \alpha$ відповідно. Тут E_m – амплітудне значення напруженості електричного поля у падаючому на призму плоско поляризовано-

му світлі, α – кут між площиною коливань у падаючому світлі і головним перерізом аналізатора.

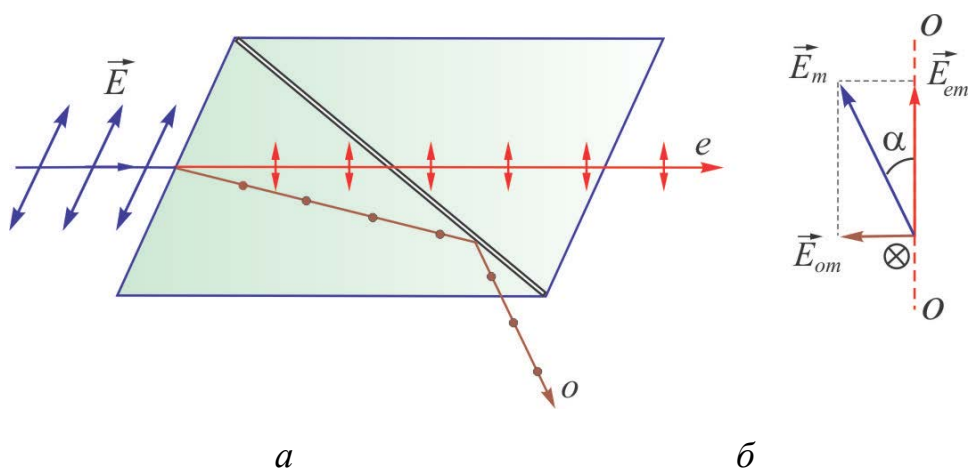


Рис.5.26

Отже, у випадку падіння на аналізатор плоско поляризованого світла з інтенсивністю I , інтенсивність світла на його виході визначається співвідношенням

$$I_e = I \cos^2 \alpha. \quad (5.85)$$

Дане співвідношення є математичним записом *закону Малюса*.

Оптичну анізотропію можна одержати штучно шляхом деформації прозорих для світла ізотропних тіл або створення в них електричного або магнітного полів.

Виникнення оптичної анізотропії під впливом електричного поля називається *ефектом Керра*. Різниця між коефіцієнтами заломлення звичайного і незвичайного променів, що виникає в цьому випадку, пропорційна квадрату напруженості електричного поля в речовині

$$n_o - n_e = kE^2, \quad (5.86)$$

а оптична вісь паралельна напрямку вектора \vec{E} електричного поля.

Важливо відзначити, що даний ефект практично безінерційний і виникає або зникає через $10^{-13} \div 10^{-10}$ с після вмикання або вимикання поля.

5.16 Поняття про дисперсію і поглинання світла

Дисперсією світла називається залежність показника заломлення n речовини від частоти ω світла. Дисперсія речовини характеризується функцією $n = f(\omega)$, типовий вид якої представлений на рис. 5.27 суцільною лінією.

Дану залежність можна розбити на три характерні області. В межах областей *аб* і *вг* зі збільшенням частоти світла показник заломлення речовини

зростає. Така дисперсія називається *нормальною*. В межах області *бв* збільшення частоти світла приводить до зменшення показника заломлення речовини і така дисперсія називається *аномальною*. Область аномальної дисперсії знаходиться поблизу частоти ω_0 , яка дорівнює власній частоті коливань валентних електронів речовини. Таких областей залежно від природи речовини може бути декілька.

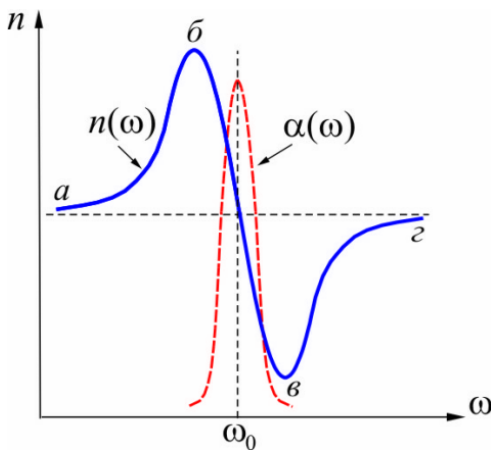


Рис. 5.27

Поглинання світла речовиною найбільш інтенсивне в області аномальної дисперсії. Залежність показника поглинання світла речовиною α від частоти показана на рис. 5.27 пунктирною лінією.

Інтенсивність світла при проходженні його через речовину згідно з *законом Бугера – Ламберта* зменшується за експонентним законом

$$I = I_0 e^{-\alpha x}, \quad (5.87)$$

де I_0 та I – значення інтенсивності світла відповідно на вході в поглинаючий шар і на виході з нього, α – коефіцієнт поглинання речовини, x – товщина шару. З співвідношення (5.87) випливає, що коефіцієнт поглинання обернено пропорційний товщині шару, в межах якого інтенсивність світла зменшується в e разів.

Приклади розв'язування задач

Приклад 1. Гармонічні коливання і їх характеристики

Тіло масою $m = 10$ г виконує власні гармонічні коливання за законом $x = 0,1 \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$, м. Визначити: а) амплітуду коливань; б) період коливань; в) початкову фазу коливань; г) значення фази через 2 секунди; д) максимальне значення швидкості і прискорення; е) максимальне значення повертаючої сили.

Розв'язування

Рівняння гармонічних коливань відповідно до (5.2) має вигляд

$$x = A \cos(\omega t + \varphi_0).$$

Порівнюючи це рівняння з конкретним рівнянням коливань в умові задачі бачимо, що:

а) амплітуда коливань дорівнює $A = 0,1$ м;

б) циклічна частота $\omega = 4\pi \text{ с}^{-1}$, тому з виразу (5.4) період коливань дорівнює

$$T = 2\pi/\omega = 0,5 \text{ с}.$$

в) Початкова фаза коливань $\varphi_0 = \frac{\pi}{4}$.

г) Значення фази в довільний момент часу t дорівнює

$$\omega t + \varphi_0 = 4\pi t + \frac{\pi}{4},$$

а через проміжок часу $t = 2\text{с}$

$$\left(\omega t + \varphi_0\right)\Big|_{t=2\text{с}} = 4\pi \cdot 2 + \frac{\pi}{4} = 8\frac{1}{4}\pi.$$

д) Швидкість – це перша похідна від кінематичного рівняння руху за часом, тобто

$$v = \dot{x} = -0,1 \cdot 4\pi \cdot \sin\left(4\pi t + \frac{\pi}{4}\right) = -0,4\pi \cdot \sin\left(4\pi t + \frac{\pi}{4}\right) \text{ м/с}.$$

Максимальне значення швидкості досягається за умови

$$\left|\sin\left(4\pi t + \frac{\pi}{4}\right)\right| = 1,$$

тоді

$$|v_{\max}| = |-0,4\pi| = 1,256 \text{ м/с}.$$

Прискорення – це друга похідна за часом від рівняння руху або перша похідна від швидкості, тобто

$$a = \dot{v} = \ddot{x} = -0,4\pi \cdot 4\pi \cdot \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{4}\right) = -1,6\pi^2 \cdot \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{4}\right) \text{ м/с}^2.$$

Максимальне значення прискорення досягається за умови

$$\left|\cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{4}\right)\right| = 1$$

тоді

$$|a_{\max}| = |-1,6\pi^2| \approx 15,8 \text{ м/с}^2.$$

е) Якщо відоме прискорення, то сила, згідно з другим законом Ньютона (1.24), дорівнює

$$F = ma = -1,6m\pi^2 \cdot \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{4}\right) \text{ Н.}$$

Максимальне значення повертаючої сили досягається за умови

$$\left|\cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{4}\right)\right| = 1,$$

тоді

$$F_{\max} = m|a_{\max}| = 1,6m\pi^2 = 1,6 \cdot 0,01 \cdot 3,14^2 \approx 0,158 \text{ Н.}$$

Приклад 2. Додавання коливань однакового напрямку.

Записати рівняння руху, який є результатом додавання двох гармонічних коливань одного напрямку з однаковими амплітудами $A = 0,02$ м і однаковими періодами $T = 8$ с. Різниця фаз коливань дорівнює $\Delta\varphi = \pi/4$.

Розв'язування

В нашому випадку циклічна частота коливань дорівнює

$$\omega_1 = \omega_2 = \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{8} = \frac{\pi}{4} \text{ с}^{-1}.$$

Поклавши початкову фазу першого коливання $\varphi_{01} = 0$ одержимо початкову фазу другого коливання $\varphi_{02} = \pi/4$. Тоді, згідно з (5.2) рівняння двох коливань, що додаються, запишемо у вигляді

$$\begin{aligned} x_1 &= 0,02 \cos \frac{\pi}{4} t \text{ м,} \\ x_2 &= 0,02 \cos \left(\frac{\pi}{4} t + \frac{\pi}{4} \right) \text{ м.} \end{aligned}$$

Векторна діаграма додавання таких коливань подібна наведеній на рис. 5.3. В нашому випадку це буде ромб, діагональ якого згідно з (5.6), дорівнює амплітуді результуючого коливання

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_{02} - \varphi_{01})} = A_1 \sqrt{2(1 + \cos(\varphi_{02} - \varphi_{01}))} = \\ &= 0,02 \sqrt{2 \cdot \left(1 + \cos\left(\frac{\pi}{4}\right)\right)} = 0,02 \sqrt{2 \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)} = 0,0336 \text{ м.} \end{aligned}$$

Початкова фаза результуючого коливання визначається згідно з формулою (5.7), тобто

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{A \sin \varphi_{01} + A \sin \varphi_{02}}{A \cos \varphi_{01} + A \cos \varphi_{02}} = \frac{\sin 0 + \sin \frac{\pi}{4}}{\cos 0 + \cos \frac{\pi}{4}} = \frac{1}{1 + \sqrt{2}} = 0,414,$$

звідки

$$\varphi_0 = \operatorname{arctg} 0,414 = 22,5^\circ = \frac{\pi}{8}.$$

Отже, рівняння результуючого коливання має вигляд

$$x = 0,0336 \cos \left(\frac{\pi}{4} t + \frac{\pi}{8} \right) \text{ м.}$$

Приклад 3. Згасаючі коливання

Визначити логарифмічний декремент згасання і добротність коливального контуру, що складається з котушки індуктивністю $L = 2$ мГн, конденсатора ємністю $C = 0,2$ мкФ і опору $R = 1$ Ом.

Розв'язування

За наявності опору R у коливальному контурі відбуваються згасаючі коливання заряду q , залежність яких від часу t згідно з (5.26) має вигляд

$$q = q_0 e^{-\beta t} \cos \omega t \text{ Кл,}$$

де q_0 – заряд у початковий момент часу $t = 0$; $\beta = R/2L$ – коефіцієнт згасання згідно з (5.25); $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ – циклічна частота згасаючих коливань, згідно з (5.28).

Логарифмічний декремент згасання пов'язаний з періодом коливань і коефіцієнтом згасання співвідношенням (5.31) і дорівнює

$$\lambda = \beta T.$$

Враховуючи, що циклічна частота власних коливань за відсутності опору в контурі визначається з (5.23) і дорівнює $\omega_0 = \sqrt{1/LC}$, одержимо вираз для циклічної частоти згасаючих коливань у вигляді

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}.$$

Знаючи циклічну частоту легко визначити, згідно з (5.4), період згасаючих коливань

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}}$$

Підставивши β і T , виражені через параметри коливального контуру, у формулу для λ , одержимо

$$\lambda = \frac{R}{L} \frac{\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}} = \frac{1}{2 \cdot 10^{-3}} \frac{\pi}{\sqrt{\frac{1}{2 \cdot 10^{-3} \cdot 0,2 \cdot 10^{-6}} - \frac{1^2}{4(2 \cdot 10^{-3})^2}}} = \frac{\pi}{100} = 0,0314$$

Логарифмічний декремент згасання обернено пропорційний числу коливань, за які амплітуда коливань зменшиться в e раз. Знаючи його можна визначити, згідно з (5.33), добротність контуру яка за фізичним змістом пропорційна числу коливань, за які амплітуда коливань зменшиться в e раз.

$$Q = \frac{\pi}{\lambda} = \frac{L}{R} \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{4}} = 100$$

Приклад 4. Інтерференція світла від двох когерентних джерел

На дві вузькі паралельні щілини в екрані (дослід Юнга) падає монохроматичний пучок світла, довжина хвилі якого $\lambda = 600$ нм (рис. 5.28). Відстань між щілинами $d = 1$ мм. На екрані, що розміщений на відстані $l = 3$ м від отворів, спостерігається інтерференційна картина. Описати вид інтерференційної картини і визначити положення перших трьох світлих смуг.

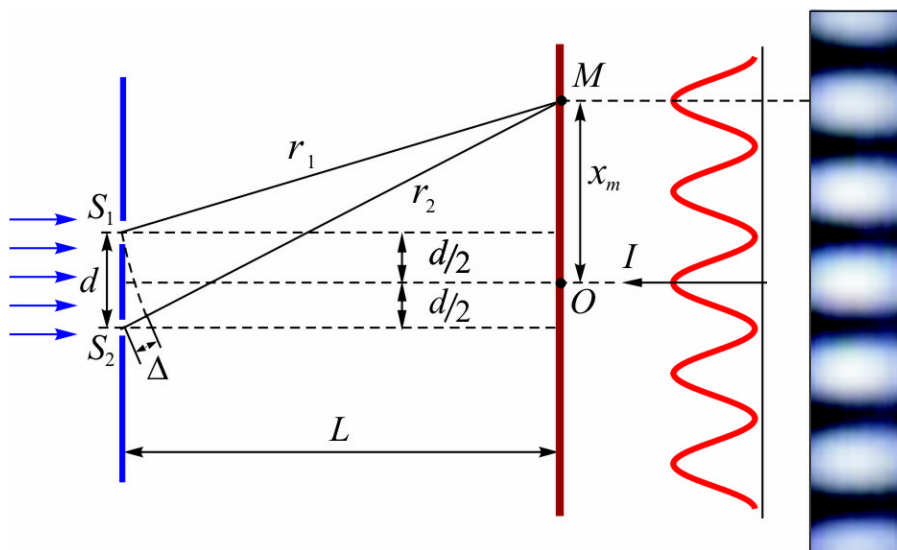


Рис. 5.28

Розв'язування

В центрі екрану, в точці O , спостерігається максимум інтерференції, тому що оптичний шлях променів від обох щілин S_1 і S_2 до цієї точки однаковий.

При зміщенні точки спостереження M вгору або вниз від точки O оптична різниця ходу між променями $\Delta = r_2 - r_1$ поступово зростає (припускаємо, що світло поширюється в повітрі, коефіцієнт заломлення якого практично дорівнює одиниці). Отже, в точках екрану, що задовольняють умовам (5.69), спостерігаються максимуми, а в точках, де виконуються умови (5.70) – мінімуми. В результаті, у випадку монохроматичного світла, інтерференційна картина буде мати вигляд світлих і темних смуг, що розташовані симетрично відносно центра екрану, що і відображено на рис. 5.28.

Координати максимумів визначимо з умови (5.69)

$$\Delta = r_2 - r_1 = m\lambda ,$$

виразивши оптичну різницю ходу Δ через відстані, наведені в умові задачі. З геометрії рис. 5.28 зрозуміло, що

$$r_1^2 = L^2 + \left(x - \frac{d}{2}\right)^2 ,$$

$$r_2^2 = L^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2 .$$

Знайдемо різницю цих величин

$$r_2^2 - r_1^2 = L^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2 - L^2 + \left(x - \frac{d}{2}\right)^2 = 2dx ,$$

яку можна записати у вигляді

$$(r_2 - r_1)(r_2 + r_1) = 2dx .$$

Оскільки $r_2 - r_1 \ll L$, то можна використати наближення $r_2 + r_1 \approx 2L$. Тоді одержимо, що оптична різниця ходу дорівнює

$$r_2 - r_1 = \frac{d}{L} x .$$

Підставивши це співвідношення в умову спостереження максимуму, одержимо

$$\frac{d}{L} x_{\max} = m\lambda,$$

звідки

$$x_{\max} = \frac{\lambda L}{d} m.$$

Координати перших трьох максимумів відповідають значенням $m = \pm 1, 2, 3$. Зваживши на це, маємо

$$x_{\max_1} = \pm \frac{6 \cdot 10^{-7} \cdot 3}{10^{-3}} \cdot 1 = \pm 1,8 \text{ мм};$$

$$x_{\max_2} = \pm 1,8 \cdot 2 = \pm 3,6 \text{ мм};$$

$$x_{\max_3} = \pm 1,8 \cdot 3 = \pm 5,4 \text{ мм}.$$

Приклад 5. *Інтерференція світла в тонких плівках*

На мильну плівку ($n = 1,33$) падає біле світло під кутом $\pi/4$. За якої найменшої товщини плівки відбиті промені будуть жовтого кольору ($\lambda = 6 \cdot 10^{-5}$ см) ?

Розв'язування

Щоб відбиті від плівки промені (рис. 5.11) були жовтими, повинні виконуватися умови (5.74) максимумів

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - \frac{\lambda}{2} = 2m \frac{\lambda}{2}$$

для довжини хвилі λ , яка відповідає жовтому кольору.

Найменша товщина плівки, за якої спостерігається максимум, відповідає умові $m = 0$, тобто рівнянню

$$2d_{\min} \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} = \frac{\lambda}{2}.$$

З останнього рівняння мінімальна товщина плівки дорівнює

$$d_{\min} = \frac{\lambda}{4\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} = \frac{6 \cdot 10^{-7}}{4\sqrt{1,33^2 - 0,5}} = 1,3 \cdot 10^{-7} \text{ м}.$$

Приклад 6. *Дифракція світла на дифракційних решітках*

На дифракційну решітку довжиною $l = 16$ мм, що має $N = 3000$ щілин, падає нормально монохроматичне світло з довжиною хвилі $\lambda = 550$ нм. Ви-

значити: число головних максимумів k , що спостерігаються в спектрі; кут α_{\max} , під яким спостерігається останній максимум.

Розв'язування

Кути α спостереження головних максимумів задовольняють умові (5.81)

$$d \sin \alpha = \pm n \lambda,$$

де $d = \frac{l}{N}$ – період решітки, $n = 0, 1, 2, \dots$ – порядок максимуму. Дифракційний

максимум найбільшого порядку n_{\max} спостерігається під кутом $\alpha_{\max} \rightarrow \frac{\pi}{2}$ і тому

$$n_{\max} = \frac{d \sin \alpha_{\max}}{\lambda} = \frac{l}{\lambda N} = \frac{16 \cdot 10^{-3}}{550 \cdot 10^{-9} \cdot 3000} = 9,697.$$

Порядок максимуму – число обов'язкове ціле, отже, $n_{\max} = 9$, оскільки навіть під максимально можливим кутом спостереження $\frac{\pi}{2}$ умова для десятого максимуму не виконується. Головні максимуми розташовані симетрично по обидві сторони від центрального. Тому загальна кількість головних максимумів (з врахуванням центрального) дорівнює

$$k = 2n_{\max} + 1 = 2 \cdot 9 + 1 = 19.$$

Кут α_{\max} , під яким спостерігається максимальний порядок, знаходимо із записаної раніше умови $d \sin \alpha_{\max} = n_{\max} \lambda$, звідки

$$\alpha_{\max} = \arcsin \frac{n_{\max} \lambda N}{l} = \arcsin \frac{9 \cdot 550 \cdot 10^{-9} \cdot 3000}{16 \cdot 10^{-3}} = 68^{\circ} 8'.$$

Приклад 7. Поляризація світла

Інтенсивність природного світла після проходження через два ніколи зменшилась у 8 разів (рис. 5.29). Нехтуючи поглинанням і відбиттям світла, визначити кут α між головними перерізами ніколів.

Розв'язування

Після проходження природного світла через поляризатор (перший ніколь) світло поляризується і, у відсутності відбиття і поглинання, його інтен-

сивність, згідно з (5.84), зменшується в два рази, тобто $I_1 = \frac{1}{2}I_0$, де I_0 – інтенсивність світла на вході в поляризатор (рис.5.29).

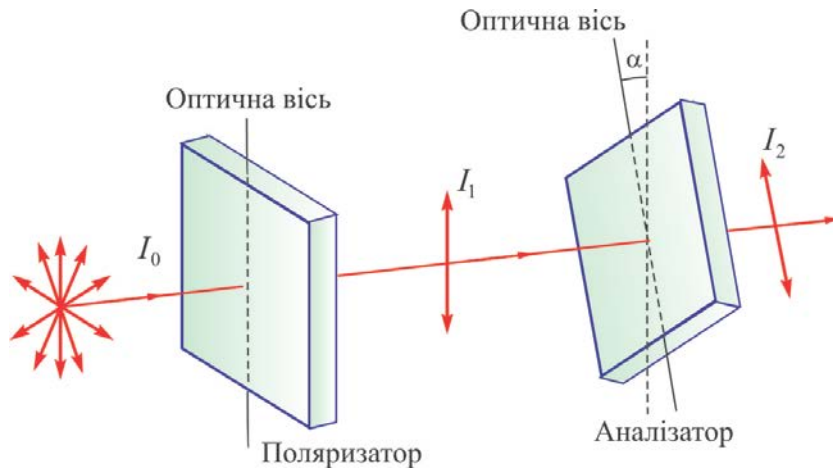


Рис. 5.29

На другий ніколь (аналізатор) падає вже плоско поляризоване світло, інтенсивність якого на виході з аналізатора визначається згідно з законом Малюса (5.85), тобто

$$I_2 = I_1 \cos^2 \alpha = \frac{1}{2} I_0 \cos^2 \alpha ,$$

де I_1 – інтенсивність світла на вході в другий ніколь, α – кут між головними перерізами ніколів.

З останнього рівняння знаходимо, що

$$\cos \alpha = \sqrt{2 \frac{I_2}{I_0}} ,$$

а кут між головними перерізами ніколів дорівнює

$$\alpha = \arccos \sqrt{2 \frac{I_2}{I_0}} = \arccos \sqrt{2 \frac{1}{8}} = 60^\circ = \frac{\pi}{3} .$$

РОЗДІЛ 6
ЕЛЕМЕНТИ КВАНТОВОЇ МЕХАНІКИ.
ФІЗИКА АТОМА І АТОМНОГО ЯДРА

Фізична величина	Позначення величини	Розмірність (позначення одиниці величини в СІ)
Інтегральна інтенсивність випромінювання	R	кг/с ³ (Дж/м ² с, Вт/м ²)
Спектральна інтенсивність випромінювання	r	кг/мс ³ (Дж/м ³ с, Вт/м ³)
Стала радіоактивного розпаду	λ	с ⁻¹
Активність радіоактивного препарату	A	с ⁻¹ (Бк)
Поглинена доза випромінювання	$D_{\text{погл}}$	м ² /с ² (Гр)
Експозиційна доза випромінювання	$D_{\text{експ}}$	Ас/кг (Кл/кг)
Еквівалентна доза	$D_{\text{екв}}$	Ас/кг (Зв)

ОСНОВНІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

6.1 Теплове випромінювання

Тепловим випромінюванням називається електромагнітне випромінювання, що виникає за рахунок енергії теплового руху атомів або молекул випромінюючого тіла. Термін *люмінесценція* використовується для всіх інших видів випромінювання за винятком теплового.

Досвід показує, що теплове випромінювання є єдиним видом випромінювання, яке може перебувати в термодинамічній рівновазі з випромінюючим тілом. Це означає, що якщо всередину замкненої оболонки з абсолютно дзеркальними стінками і сталою температурою помістити тіло, то між тілом і випромінюванням, що заповнює оболонку, встановиться рівновага – втрата внутрішньої енергії тіла на теплове випромінювання буде компенсуватися поглинанням тілом такої ж кількості енергії випромінювання, що падає на нього. Спектр теплового випромінювання суцільний.

Кількісно теплове випромінювання характеризують фізичними величинами – інтегральною інтенсивністю випромінювання (енергетичною світністю) і спектральною інтенсивністю випромінювання (спектральною густиною енергетичної світності).

Інтегральною інтенсивністю випромінювання називається фізична величина, що кількісно дорівнює енергії електромагнітних хвиль, яка випромінюється у всьому інтервалі довжин хвиль (від 0 до ∞) з одиниці поверхні тіла за одиницю часу, тобто

$$R(T) = \frac{dW}{dSdt}, \quad (6.1)$$

де dW – енергія, що випромінюється тілом за сталої температури T і за час dt з площі ds поверхні тіла. Інтегральна інтенсивність випромінювання є функцією температури тіла, а також залежить від його природи.

Спектральною інтенсивністю випромінювання називається фізична величина, що кількісно дорівнює енергії електромагнітних хвиль, яка випромінюється в одиничному інтервалі довжин хвиль з одиниці поверхні тіла за одиницю часу, тобто

$$r(\lambda, T) = \frac{dW_{\lambda, \lambda+d\lambda}}{dS dt d\lambda}, \quad (6.2)$$

де $dW_{\lambda, \lambda+d\lambda}$ – енергія випромінювання в елементарному інтервалі довжин хвиль $d\lambda$, взятому в околі довжини хвилі λ , з площі dS за час dt при температурі тіла T . Спектральна інтенсивність випромінювання є функцією довжини хвилі λ і температури T тіла, а також залежить від природи тіла.

З визначень даних величин зрозумілий зв'язок між ними, а саме

$$R(T) = \int_0^{\infty} r(\lambda, T) d\lambda. \quad (6.3)$$

Будь-яке тіло не тільки випромінює, але й поглинає електромагнітне випромінювання, що падає на нього. Кількісно поглинальні властивості тіл характеризують спектральним коефіцієнтом поглинання (поглинальною здатністю).

Спектральним коефіцієнтом поглинання називається безрозмірна фізична величина $\alpha(\lambda, T)$, яка дорівнює відношенню енергії електромагнітного випромінювання $dW_{\text{погл}}$, поглиненої тілом у вузькому інтервалі довжин хвиль (від λ до $\lambda + d\lambda$), до енергії $dW_{\text{пад}}$, що падає на нього в цьому ж інтервалі довжин хвиль

$$\alpha(\lambda, T) = \frac{dW_{\text{погл}}}{dW_{\text{пад}}}. \quad (6.4)$$

Спектральний коефіцієнт поглинання є функцією довжини хвилі λ і температури T тіла, а також залежить від його природи.

Абсолютно чорним тілом називається тіло, яке повністю поглинає все електромагнітне випромінювання, що падає на нього, тобто для такого тіла коефіцієнт поглинання $\alpha(\lambda, T) \equiv 1$.

Тіло, у якого спектральний коефіцієнт поглинання не залежить від довжини хвилі, називається *сірим тілом*.

Щоб одержати теоретичну формулу для спектральної інтенсивності випромінювання абсолютно чорного тіла, Планку в 1900 році довелося відмовитися від поглядів класичної фізики і припустити, що випромінювання електромагнітних хвиль відбувається не неперервно, а у вигляді окремих порцій енергії ε (*квантів*), пропорційних частоті випромінювання ν

$$\varepsilon = h\nu, \quad (6.5)$$

де $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – стала Планка. Одержана Планком формула для спектральної інтенсивності випромінювання абсолютно чорного тіла названа *формулою Планка* і має вигляд:

$$r_{\text{ачт}}(\lambda, T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1}, \quad (6.6)$$

де $c = 3 \cdot 10^8$ м/с – швидкість світла у вакуумі, $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/град – стала Больцмана, λ – довжина хвилі, T – температура абсолютно чорного тіла за шкалою Кельвіна. Графік залежності $r_{\text{ачт}}(\lambda, T)$ від λ для трьох значень температури наведений на рис. 6.1.

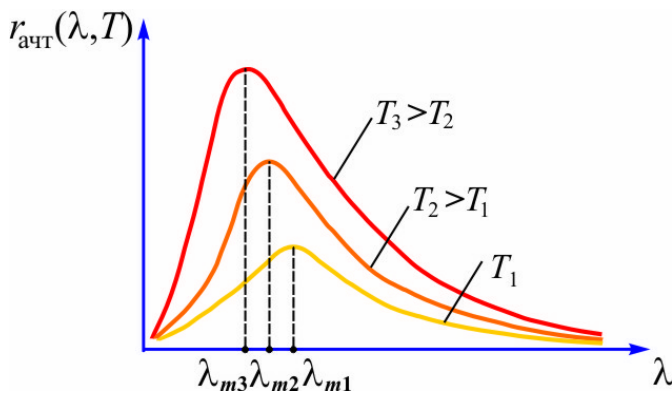


Рис. 6.1

Для будь-якого тіла між функціями $r(\lambda, T)$ і $\alpha(\lambda, T)$ існує зв'язок, який був встановлений Кірхгофом і називається *законом Кірхгофа*: відношення спектральної інтенсивності випромінювання до спектрального коефіцієнта поглинання не залежить від природи тіла і дорівнює спектральній інтенсивності випромінювання абсолютно чорного тіла, тобто

$$\frac{r(\lambda, T)}{\alpha(\lambda, T)} = r_{\text{ачт}}(\lambda, T). \quad (6.7)$$

Це означає, що тіло, яке сильніше поглинає електромагнітне випромінювання, сильніше його і випромінює.

Формула Планка (6.6) дозволяє одержати закони Стефана-Больцмана і Віна, які встановлені експериментально раніше одержання самої формули.

Підставивши значення $r_{\text{ачт}}(\lambda, T)$ у вираз (6.3) і виконавши інтегрування одержимо, що

$$R_{\text{ачт}}(T) = \sigma T^4. \quad (6.8)$$

Це співвідношення називається *законом Стефана-Больцмана*: інтегральна інтенсивність випромінювання абсолютно чорного тіла прямо пропорційна четвертій степені його абсолютної температури. Коефіцієнт пропорційності $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$ Вт/м²К⁴ – стала *Стефана-Больцмана*.

Дослідивши функцію (6.6) на екстремум одержимо закон Віна: довжина хвилі, на яку приходиться максимальне значення спектральної інтенсивності випромінювання абсолютно чорного тіла, обернено пропорційна його абсолютній температурі

$$\lambda_m = \frac{b}{T}, \quad (6.9)$$

де $b = 2,89 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$ – стала Віна.

6.2 Зовнішній фотоэффект. Рівняння Ейнштейна

Крім теплового випромінювання одним з явищ, що підтверджують корпускулярні властивості світла, є *зовнішній фотоэффект*, що полягає в емісії електронів (їх називають *фотоелектронами*) з речовини під дією світла.

Найбільш просто спостерігати явище фотоэффекту за допомогою фотоелементу, що являє собою балон, з якого відкачане повітря і який містить два електроди – катод і анод. Світло через спеціальне віконце падає на катод і вибиває з нього електрони, які під дією електричного поля рухаються до анода, а гальванометр (G) фіксує фотострум в колі (рис. 6.2). Зокрема, рис. 6.2, а відповідає напрузі, що прискорює фотоелектрони, а рис. 6.2, б – напрузі, що гальмує фотоелектрони.

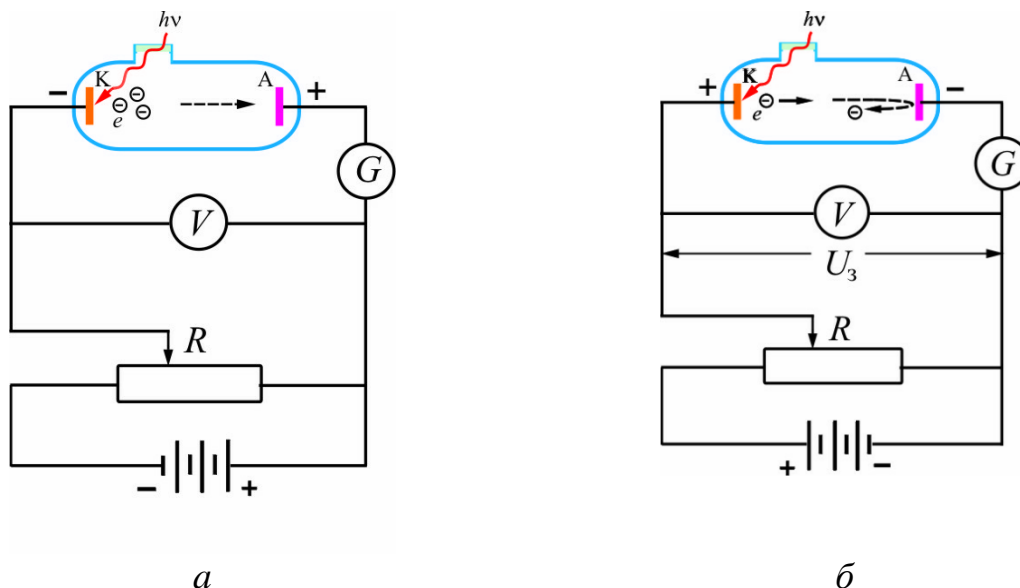


Рис. 6.2

Залежність сили I фотоструму від напруги U між катодом і анодом називається *вольтамперною характеристикою*. Її характерний вигляд зображений на рис. 6.3.

Одержані експериментально закономірності явища зовнішнього фотоэффекта зводяться до наступного:

1) максимальна енергія фотоелектронів прямо пропорційна частоті світла, що опромінює речовину;

2) число фотоелектронів, що емітуються з речовини за одиницю часу (*фотострум насичення* $I_{\text{нас}}$), пропорційне інтенсивності світла;

3) для кожної речовини існує так звана *червона межа фотоефекту* – частота світла, нижче якої фотоефект припиняється.

Всі ці закономірності були пояснені Ейнштейном на основі квантової теорії світла, відповідно до якої світло не тільки випромінюється,

але і поширюється і поглинається окремими порціями енергії, рівними $h\nu$. Ця порція у всіх процесах поводить себе як нероздільна частинка і називається *фотоном*. При зовнішньому фотоефекті, наприклад, з металу, електрон провідності, поглинаючи один з фотонів світла, що опромінює метал, одержує його енергію $h\nu$. Частина цієї енергії витрачається на те, щоб електрон міг покинути метал (виконати так звану *роботу виходу* A , яка є характерним параметром для кожної речовини), а частина запасається у вигляді кінетичної енергії фотоелектрона. Сказане можна записати у вигляді рівняння, що одержало назву *рівняння Ейнштейна для зовнішнього фотоефекту*, яке фактично відображає закон збереження енергії.

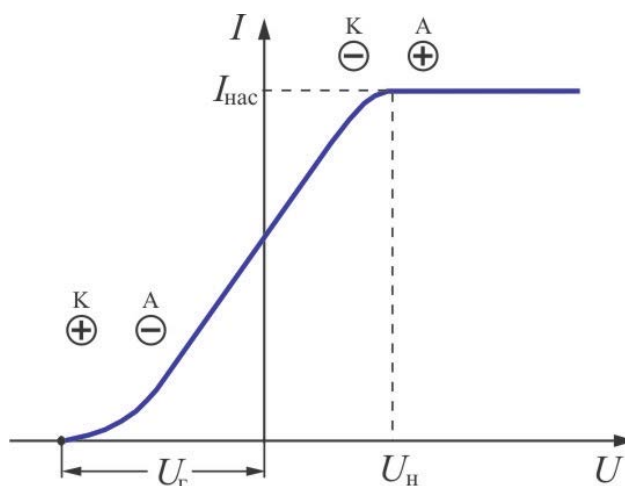


Рис. 6.3

$$h\nu = A + \frac{mv_{\text{max}}^2}{2}. \quad (6.10)$$

Кінетична енергія $\frac{mv_{\text{max}}^2}{2}$ є максимально можливою для даної частоти ν світла за умови, що електрон під час руху його в речовині до поверхні, не втрачає додатково якоїсь частини з отриманої енергії $h\nu$ в результаті випадкових зіткнень. З рівняння (6.10) випливає, що при зменшенні частоти світла за лінійним законом зменшується і максимальна кінетична енергія фотоелектронів і при частоті

$$\nu_{\text{ч}} = \frac{A}{h}, \quad (6.11)$$

вона стає рівною нулю. Ця частота і є *червоною межею* зовнішнього фотоефекту. Якщо частота світла стає меншою ніж $\nu_{\text{ч}}$, зовнішній фотоефект стає неможливим тому що енергія, яку одержує електрон провідності при поглинанні фотона, недостатня для подолання сил, які утримують його в речовині.

Якщо до електродів фотоелемента прикладена гальмуюча напруга (рис. 6.2, б), то при її збільшенні, фотострум зменшується і при досягненні деякого значення U_r стає рівним нулю (сили гальмуючого поля повертають фотоелектрони назад до катоду). Ця напруга називається *гальмівною* і задовольняє умові

$$eU_r = \frac{mV_{\max}^2}{2}. \quad (6.12)$$

6.3 Корпускулярно-хвильовий дуалізм світла. Гіпотеза де Бройля

З розглянутих явищ випливає, що світло (електромагнітне випромінювання) в одних явищах (інтерференція, дифракція, поляризація та ін.) проявляє себе як хвильовий процес, а в інших (теплове випромінювання, зовнішній фотоефект, явище Комптона та ін.) – як потік дискретних часток – фотонів. Фотон має енергію ε_ϕ

$$\varepsilon_\phi = h\nu, \quad (6.13)$$

масу m_ϕ

$$m_\phi = \frac{\varepsilon_\phi}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2} \quad (6.14)$$

і імпульс p_ϕ

$$p_\phi = m_\phi c = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}, \quad (6.15)$$

де ν , λ – частота і довжина хвилі електромагнітного випромінювання, h – стала Планка, c – швидкість світла. З теорії відносності випливає, що фотон, на відміну від звичайних частинок, не може перебувати в стані спокою (його маса спокою дорівнює нулю).

Отже, *світло* (електромагнітне випромінювання) є складним явищем, яке одночасно *поєднує в собі властивості електромагнітної хвилі і потоку дискретних частинок – фотонів*. Таке об'єднання властивостей називається *корпускулярно-хвильовим дуалізмом*.

В квантовій механіці фундаментальною є ідея де Бройля про те, що корпускулярно-хвильовий дуалізм, притаманний світлу, має універсальний характер, тобто будь-яка частинка з імпульсом p має і хвильові властивості, причому довжина хвилі λ пов'язана з імпульсом частинки, яка рухається, так само, як і для фотона

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m\nu}, \quad (6.16)$$

де m – маса частинки, v – її швидкість. Такі хвилі називаються *хвилями де Бройля*.

Довжини хвиль де Бройля для мікрочастинок за порядком величини можна порівняти з періодами реальних періодичних структур, наприклад, відстанями між вузлами кристалічних решіток. Тому їх хвильові властивості виявляються експериментально, зокрема, в дослідах по дифракції електронів і інших мікрочастинок на кристалах та тонких металевих плівках. У макроскопічних тіл хвильові властивості в експериментах не проявляються, тому що довжини хвиль де Бройля для таких тіл дуже малі.

6.4 Співвідношення невизначеностей

Хвильові властивості мікрочастинок вносять обмеження в можливість застосовувати до них деякі поняття класичної фізики. Ці обмеження визначаються *співвідношеннями невизначеностей Гейзенберга*, під якими, наприклад, для координат і імпульсу розуміють нерівності

$$\begin{aligned}\Delta x \cdot \Delta p_x &\geq \frac{\hbar}{2}, \\ \Delta y \cdot \Delta p_y &\geq \frac{\hbar}{2}, \\ \Delta z \cdot \Delta p_z &\geq \frac{\hbar}{2},\end{aligned}\tag{6.17}$$

де: $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ – невизначеності координат мікрочастинок; $\Delta p_x, \Delta p_y, \Delta p_z$ – невизначеності проєкцій її імпульсів на осі x, y, z відповідно; величина

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,055 \cdot 10^{-34} \text{ Дж}\cdot\text{с}$$
 і також називається сталою Планка.

Співвідношення Гейзенберга показує, що, на відміну від класичної механіки, координати мікрочастинок і проєкції її імпульсу на відповідні осі не можуть одночасно мати значення в точності рівні x і p_x, y і p_y, z і p_z . Чим більш точно визначене положення мікрочастинок (чим менші значення $\Delta x, \Delta y, \Delta z$), тем більшу невизначеність мають значення проєкцій їх імпульсу на ці осі (тим більші значення $\Delta p_x, \Delta p_y, \Delta p_z$).

Співвідношення невизначеностей для енергії і часу має вигляд

$$\Delta W \cdot \Delta t \geq \hbar,\tag{6.18}$$

де ΔW – невизначеність енергії мікрочастинок, що перебуває протягом часу Δt в стані з енергією W . Енергія частинки в даному стані може бути визначена тим з меншою невизначеністю, чим довше вона перебуває в цьому стані.

6.5 Хвильова функція. Рівняння Шредінгера

В зв'язку з неможливістю одночасного визначення точних значень координат і імпульсів мікрочастинок, в квантовій механіці використовується статистичний підхід до опису їх руху. Для цього використовується *хвильова функція (пси-функція)* $\psi(x, y, z, t)$, що є в загальному випадку функцією координат і часу. Квадрат модуля цієї функції $|\psi|^2$ визначає *густину імовірності* (імовірність, віднесена до одиниці об'єму) знаходження частинки у відповідному місці простору. Тоді, імовірність dw того, що частинка перебуває в елементарному об'ємі dV дорівнює

$$dw = |\psi|^2 dV, \quad (6.19)$$

а імовірність знаходження Δw в кінцевому об'ємі ΔV

$$\Delta w = \int_{\Delta V} |\psi|^2 \Delta V. \quad (6.20)$$

Хвильова функція $\psi(x, y, z, t)$ є основною характеристикою стану мікрооб'єктів і визначається в результаті розв'язку основного рівняння квантової механіки – *рівняння Шредінгера*.

У випадку, коли нерелятивістська частинка рухається в *стаціонарному силовому полі* і має потенціальну енергію $W_n(x, y, z)$, хвильова функція $\psi(x, y, z)$ визначається з *стаціонарного рівняння Шредінгера*, яке має вигляд

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (W - W_n) \psi = 0, \quad (6.21)$$

де m – маса частинки, \hbar – постійна Планка, W – повна енергія частки.

З сукупності розв'язків рівняння Шредінгера необхідно відібрати хвильові функції, що задовольняють вимогам:

- функції повинні бути скінченними, однозначними і неперервними;
- також неперервними повинні бути перші похідні цих функцій;
- функції повинні задовольняти *умові нормування*

$$w = \int_0^{\infty} |\psi|^2 dV = 1. \quad (6.22)$$

З фізичної точки зору рівність одиниці імовірності знаходження мікрочастинки в нескінченному об'ємі еквівалентно факту її існування.

Отже, в квантовій механіці не можна визначити точне місце знаходження частинки в просторі або траєкторію її руху, а можна лише визначити з якою ймовірністю частинка може бути виявлена в різних місцях простору.

6.6 Квантовомеханічний опис атома водню. Спін електрону

На початку ХХ сторіччя було встановлено, що атом будь-якої речовини складається з позитивно зарядженого ядра і негативно заряджених електронів. При цьому майже вся маса атома зосереджена в ядрі і розміри ядра ($\sim 10^{-15}$ м) набагато менші розмірів атома ($\sim 10^{-10}$ м).

Число Z електронів в атомі збігається з номером, під яким даний хімічний елемент внесений у таблицю Д. І. Менделєєва і називається *зарядовим числом*. Оскільки атом нейтральний, то заряд ядра дорівнює $+Ze$ (сумарному заряду всіх електронів, що входять до складу даного атома, але з протилежним знаком).

Спроби встановити закономірності руху електронів атома в полі ядра з використанням законів класичної фізики не увінчались успіхом. Вірні результати, що узгоджуються з результатами експериментів, були отримані тільки за допомогою квантової механіки.

Найпростішим атомом є атом водню, який складається з одного протона, який є ядром атома, і електрона, що рухається в електричному полі ядра. *Воднеподібними* є іони He^+ , Li^{++} , Be^{+++} , до складу яких входять ядро із зарядом $+Ze$ і один електрон.

Розв'язок стаціонарного рівняння Шредінгера для воднеподібного атома приводить до наступних висновків.

1. При енергії $W < 0$ електрон входить до складу атома, *можливі значення його енергії квантуються (приймають дискретні значення)* і визначаються співвідношенням

$$W_n = -\frac{1}{n^2} \frac{m_e Z^2 e^4}{8\epsilon_0^2 h^2}, \quad (6.23)$$

де e і m_e заряд і маса електрона відповідно, ϵ_0 – електрична стала, h – стала Планка, n – *головне квантове число*, що визначає можливі значення енергії і приймає значення $1, 2, 3, \dots, \infty$. Найменше значення енергії W_1 (коли $n = 1$) відповідає *основному (незбудженому) стану* атома. Якщо атом ізольований від зовнішніх впливів, то в основному стані він перебуває нескінченно довго. Всі значення енергії з $n > 1$ відповідають *збудженим* станам атома. *У всіх цих станах атом перебуває обмежений час*. Час життя атома в збуджених станах становить $\sim 10^{-8}$ с. Найбільше значення енергії W_{max} при $n \rightarrow \infty$ відповідає *іонізації* атома, тобто відриву від нього електрона. Вільний електрон може мати будь-які (неперервні) значення енергії більші або рівні нулю.

Сукупність можливих значень енергій електрона утворює його *енергетичний спектр*, наведений на рис. 6.4. Отже, енергетичний спектр електрона, який входить до складу атома, дискретний; енергетичний спектр вільного електрона суцільний.

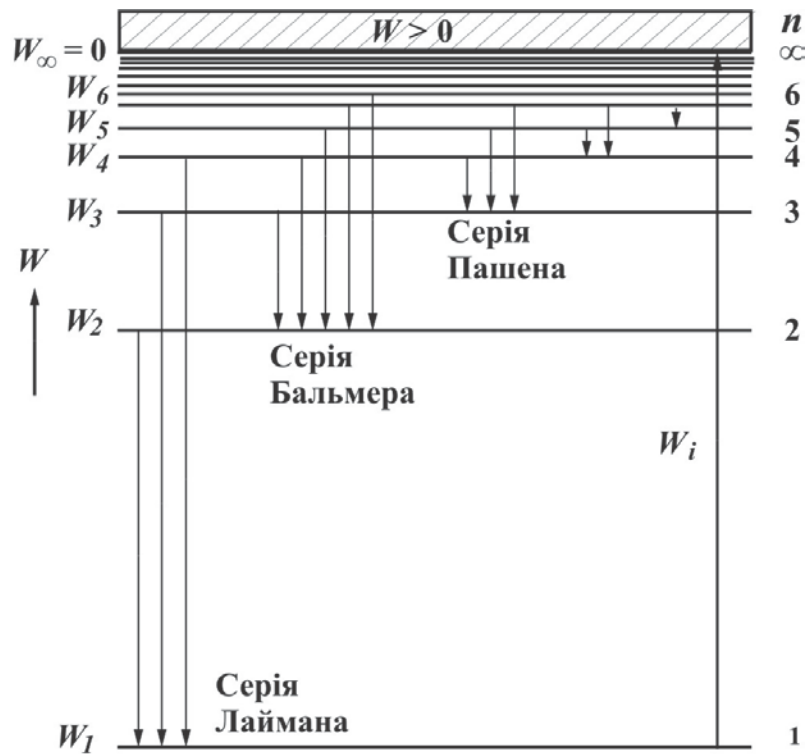


Рис. 6.4

2. Орбітальні моменти імпульсу L і магнітні моменти P_m електрона в атомі, обумовлені його рухом в електричному полі ядра, квантуються і можуть приймати числові значення

$$L = \hbar \sqrt{l(l+1)} \quad (6.24)$$

і

$$P_m = \sqrt{l(l+1)} \frac{e\hbar}{2m_e} = \sqrt{l(l+1)} \mu_B, \quad (6.25)$$

де $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} = 9,27 \cdot 10^{-24} \frac{\text{Дж}}{\text{Тл}}$ – магнетон Бору, l – орбітальне (азимутальне)

квантове число, яке при фіксованому значенні числа n може приймати значення $l = 0, 1, 2, \dots, (n - 1)$, тобто всього n значень. Умовились стани зі значеннями орбітальних квантових чисел l , рівними $0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots$ позначати відповідно літерами s, p, d, f, g, h, \dots і називати їх відповідно s - станом ($l = 0$), p - станом ($l = 1$), d - станом ($l = 2$),... тощо.

3. Проекції орбітальних моментів імпульсу і магнітних моментів на деякий напрямок z , наприклад, на напрямок зовнішнього магнітного поля, також квантуються і можуть приймати числові значення відповідно

$$L_z = m\hbar \quad (6.26)$$

і

$$P_{mz} = m\mu_B, \quad (6.27)$$

де m – магнітне квантове число, яке при фіксованому значенні числа l може приймати значення $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$, тобто всього $2l + 1$ значень.

4. Набір хвильових функцій для різних станів дозволяє розрахувати густину імовірності перебування електрона в різних місцях простору навколо ядра для основного і збуджених станів атома.

Експериментальні факти і теоретичні дослідження релятивістської квантової механіки привели до висновку, що електрон має власні моменти імпульсу L_s і магнітний момент P_s , які, на відміну від орбітальних моментів, називаються *спіновими*. Числові значення спінових моментів визначаються відповідно формулами

$$L_s = \sqrt{s(s+1)} \hbar \quad (6.28)$$

і

$$P_s = \sqrt{s(s+1)} \frac{e\hbar}{m_e} = \sqrt{s(s+1)} 2\mu_B, \quad (6.29)$$

де s – спінове квантове число, для електрона воно дорівнює $\frac{1}{2}$.

Проекції спінових моментів на заданий напрямок можуть приймати значення

$$L_{sz} = m_s \hbar \quad (6.30)$$

і

$$P_{sz} = m_s 2\mu_B, \quad (6.31)$$

де m_s – магнітне спінове число (слово “магнітне” часто не вживають), яке може приймати два значення: $+\frac{1}{2}$ і $-\frac{1}{2}$.

Відзначимо, що спінові моменти мають і інші елементарні частинки (протони, нейтрони, фотони та інші). Частинки з напівцілими значеннями спіна названі ферміонами, а з цілими і рівними нулю – бозонами. Властивості цих частинок суттєво відрізняються.

Отже, стан електрона в атомі однозначно визначається набором чотирьох квантових чисел: n, l, m, m_s .

6.7 Спектр атома водню

При переході атома з одного енергетичного стану в інший випромінюється або поглинається один фотон, енергія якого дорівнює різниці енергій в даних станах

$$h\nu = W_{n_i} - W_{n_k}. \quad (6.32)$$

Якщо $W_{n_i} > W_{n_k}$, то відбувається випромінювання фотона, якщо ж $W_{n_i} < W_{n_k}$ – його поглинання. Рівняння (6.32) в квантовій механіці називається *правилом частот Бора*. Врахувавши в ньому співвідношення (6.23) для W_n , прийдемо до висновку, що можливі частоти випромінювання (або поглинання) воднеподібного атому визначаються співвідношеннями

$$\nu = \frac{m_e Z^2 e^4}{8\epsilon_0^2 h^3} \left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_k^2} \right) = Z^2 R \left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_k^2} \right), \quad (6.33)$$

де $R = \frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^3} = 3,293 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$ – стала Рідберга, n_k – головне квантове число стану, на який відбувається перехід, n_i – головне квантове число стану, з якого відбувається перехід.

Розраховані за допомогою формули (6.33) частоти випромінювання атома водню ($Z = 1$) дуже добре узгоджуються з експериментальними даними. Групу ліній випромінювання, що виникають при переході на даний енергетичний рівень з усіх більш високих енергетичних рівнів, відносять до однієї *спектральної серії*. Ці серії названі на честь вчених, які вперше їх досліджували.

Частоти серії Лаймана (переходи на енергетичний рівень з $n = 1$)

$$\nu = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 2, 3, 4, \dots \quad (6.34)$$

Частоти серії Бальмера (переходи на енергетичний рівень з $n = 2$)

$$\nu = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 3, 4, 5, \dots \quad (6.35)$$

Частоти серії Пашена (переходи на енергетичний рівень із $n = 3$)

$$\nu = R \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 4, 5, 6, \dots \quad (6.36)$$

Переходи електронів між енергетичними рівнями, що відносяться до даних серій, показано на рис 6.4. Найбільш високі частоти випромінювання належать серії Лаймана і знаходяться в ультрафіолетовій області спектру, частоти серії Бальмера – у видимій, частоти серії Пашена – в інфрачервоній. В інших серіях частоти ще менші.

6.8 Багатоелектронні атоми

Всі інші атоми, крім атома водню і воднеподібних, мають в своєму складі кілька електронів, що приводить до необхідності врахування взаємодії електронів, які входять до складу атома, не тільки з ядром, але й один з одним. В результаті квантовомеханічна теорія багатоелектронних атомів більш складна, ніж воднеподібних. Однак і для багатоелектронних атомів в першому наближенні можна вважати, що кожний електрон в атомі перебуває в своєму квантовому стані, який характеризується чотирма квантовими числами n, l, m, m_s . Але, на відміну від воднеподібних атомів, в багатоелектронних атомах енергія електронів залежить не тільки від n , але і від інших квантових чисел, більш за все від головного n і орбітального l . В атомах хімічних елементів з порядковими номерами $1 \leq Z \leq 18$ в станах з більшим значенням числа n енергія більша, а при фіксованому числі n – енергія більше в станах з більшим l . При $Z > 18$ цей порядок може порушуватися.

Розподіл електронів за станами в багатоелектронних атомах регулюється двома закономірностями:

– зі збільшенням атомного номера Z , а, отже, і зі збільшенням числа електронів в атомі, заповнюються стани з можливо меншими значеннями енергії;

– при заповненні електронних станів виконується *принцип Паулі*.

Стосовно до електронів, що входять до складу багатоелектронного атома, принцип Паулі полягає в наступному: в атомі в кожному з можливих електронних станів може перебувати не більш одного електрона. Іншими словами – в атомі не може бути двох електронів, стани яких характеризуються набором чотирьох однакових квантових чисел n, l, m, m_s (різні стани повинні відрізнятися значенням хоча б одного квантового числа).

Електронні стани в багатоелектронному атомі групують за значеннями квантових чисел n і l . Електрони з однаковим значенням головного квантового числа n відносять до однієї *оболонки*, електрони з однаковими значеннями квантових чисел n і l – до однієї *підоболонки*. Залежно від значень чисел n і l прийняті наступні позначення оболонок і підоболонок:

а) при значеннях чисел n рівних 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7... оболонки позначаються літерами $K, L, M, N, O, P, Q, \dots$ відповідно;

б) підоболонки в будь-якій оболонці (при будь-якому значенні головного квантового числа n) позначаються тими ж буквами s, p, d, f, g, h, \dots , що і стани, відповідні до значень 0, 1, 2, 3, 4, 5... орбітального квантового числа l .

Відповідно з обома закономірностями заповнення електронних станів в атомах у міру збільшення їх номера в таблиці Д. І. Менделєєва відбувається в наступному порядку: $1s, 2s, 2p, 3s, 3p, 4s, 3d, 4p, 5s, 4d, 5p, 6s, 4f, 5d, 6p, 6d, 7s$ і відповідає збільшенню енергії цих станів.

Із принципу Паулі, з урахуванням можливих для атома значень квантових чисел n, l, m, m_s випливає: в оболонці з головним квантовим числом n найбільша можлива кількість станів електронів дорівнює $2n^2$; у підоболонці з

орбітальним квантовим числом $l = 2(2l + 1)$. Як приклад, в таблиці 1 показані значення квантових чисел n, l, m, m_s в різних електронних станах для оболонок K, L, M і максимально можлива кількість електронів у цих оболонках, а також в s, p і d станах (підоболонках).

Таблиця 6.1

Оболонка	n	l	m	m_s	Підоболонка	Макс. кіл. ел. в підобол.	Макс. кіл. ел. в обол.
K	1	0	0	+1/2, -1/2	1s	2	2
L	2	0	0	+1/2, -1/2	2s	2	8
		1	-1	+1/2, -1/2	2p	6	
			0	+1/2, -1/2			
			+1	+1/2, -1/2			
M	3	0	0	+1/2, -1/2	3s	2	18
		1	-1	+1/2, -1/2	3p	6	
			0	+1/2, -1/2			
			+1	+1/2, -1/2			
		2	-2	+1/2, -1/2	3d	10	
			-1	+1/2, -1/2			
			0	+1/2, -1/2			
			+1	+1/2, -1/2			
			+2	+1/2, -1/2			

Відповідний аналіз показує, що сумарні момент імпульсу і магнітний момент усіх електронів повністю забудованої підоболонки дорівнюють нулю. Електрони атома якого-небудь хімічного елементу, що входять до складу s і p підоболонки з найбільшим значенням квантового числа n називаються *валентними*. Ці електрони мають найбільшу енергію, знаходяться від ядра на найбільших відстанях і найбільш слабо пов'язані з ним. Магнітний момент атома визначається, в основному, сумарними магнітними моментами (як ор-

бітальними так і спіновими) електронів не повністю забудованої зовнішньої оболонки (ядерними моментами в першому наближенні можна знехтувати).

Тільки за допомогою квантової механіки вдалось зрозуміти причину подібності хімічних і фізичних властивостей елементів однієї і тієї ж групи. При взаємодії атомів в першу чергу у взаємодію вступають найбільш віддалені від ядер, тобто валентні електрони. А у атомів однієї і тієї ж групи заповнення підоболонки валентними електронами однакове, що і обумовлює схожість їх властивостей.

Наприклад, в атомах групи лужних металів у зовнішній, не повністю забудованій підоболонці, перебуває по одному електрону (водень, $Z = 1$, стан $1s^1$; літій, $Z = 3$, стани $1s^2 2s^1$; натрій, $Z = 11$, стани $1s^2 2s^2 2p^6 3s^1$; калій, $Z = 19$, стани $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^1$); всі ці атоми одновалентні.

6.9 Рентгенівське випромінювання

Рентгенівським випромінюванням називаються електромагнітні хвилі з довжиною хвилі від 10^{-14} м до 10^{-7} м.

Як правило, рентгенівські промені одержують за допомогою рентгенівської трубки (рис. 6.5), що являє собою балон, з якого відкачане повітря і який містить два електроди – катод і анод (антикатод). Між катодом і анодом створюють прискорюючу різницю потенціалів близько кількох десятків або сотень кіловольт. Емітовані катодом і прискорені електричним полем електрони при бомбардуванні речовини анода різко гальмуються й випромінюють рентгенівські промені.

Розрізняють рентгенівське випромінювання двох типів – *гальмівне* і *характеристичне*. Спектр гальмівного рентгенівського випромінювання суцільний (рис. 6.6, суцільні лінії) і не залежить від природи речовини, яку бомбардують електрони.

Пояснюється це тим, що кожний з електронів, пройшовши в прискорюючому електричному полі різницю потенціалів U , одержує кінетичну енергію $W_k = eU$ і при зіткненні з анодом частково випромінює її у вигляді фотона з

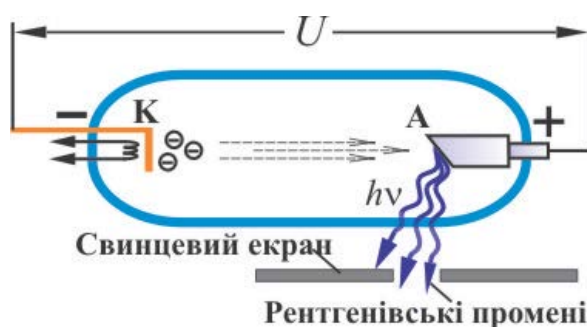


Рис. 6.5

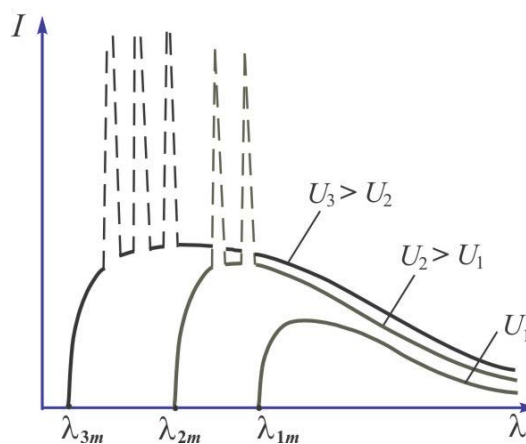


Рис. 6.6

енергією $h\nu$, а частково передає аноду у вигляді тепла Q , що еквівалентно рівнянню

$$eU = h\nu + Q. \quad (6.37)$$

Очевидно, що максимальна частота гальмівного рентгенівського випромінювання при фіксованому значенні прискорюючої напруги U буде у випадку, коли $Q = 0$. Вона визначається співвідношенням

$$h\nu_{\max} = eU \quad (6.38)$$

і не залежить від матеріалу катода. Довжина хвилі, що відповідає ν_{\max} , мінімальна і дорівнює

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{eU}, \quad (6.39)$$

де c – швидкість світла. Ця довжина хвилі називається *короткохвильовою границею суцільного рентгенівського спектра*.

Характеристичне рентгенівське випромінювання має лінійчатий спектр, що складається з набору інтенсивних вузьких ліній (рис. 6.6, пунктирні лінії). Цей набір індивідуальний (характерний) для кожного хімічного елемента, що входить до складу речовини катода.

Характеристичне рентгенівське випромінювання виникає при значній кінетичній енергії електронів, що бомбардують речовину, коли вони вибивають електрони, що належать атомам гальмівної речовини, із внутрішніх оболонок K, L, M, \dots . На вакантні місця переходять електрони атомів, що перебувають на більш високих енергетичних рівнях і в результаті, відповідно до правила частот Бора (6.32), випромінюються фотони рентгенівського діапазону з енергією, характерною для даного хімічного елемента. В зв'язку з цим лінії характеристичного рентгенівського спектра групують у кілька серій, які позначають літерами K, L, M, \dots . У різних хімічних елементах однотипні серії ліній відрізняються тим, що в атомів більш важких елементів вони зміщені до більш високих частот. Частоти ν однотипних характеристичних ліній для різних хімічних елементів визначаються *законом Мозлі*

$$\sqrt{\nu} = a(Z - b), \quad (6.40)$$

де a і b – константи (для кожної серії різні), визначені експериментально для кожної однотипної лінії, Z – номер хімічного елемента в таблиці Д. І. Менделєєва.

6.10 Склад атомних ядер

Як вже було зазначено, заряд ядра кількісно дорівнює модулю сумарного негативного заряду $|-Ze|$ усіх електронів атома, тобто $+Ze$, де число Z – зарядове число даного хімічного елемента.

Маса ядра $m_{\text{я}}$ відрізняється від маси атома $m_{\text{а}}$ на сумарну масу Zm_e всіх електронів, що входять до складу атома – $m_{\text{я}} = m_{\text{а}} - Zm_e \approx m_{\text{а}}$. Для зручності масу атомів і ядер вимірюють в *атомних одиницях маси* – $1 \text{ а.о.м.} = 1,66056 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$. Досліди свідчать, що маси ядер усіх хімічних елементів, виміряні в а.о.м., мало відрізняються від цілих чисел. Ціле число, найбільш близьке до маси атома вираженої в а.о.м., називається *масовим числом* (A).

Ядра атомів позначають хімічним символом елемента, якому вони належать, внизу ліворуч указують значення зарядового числа Z , а вгорі праворуч (або вгорі ліворуч) значення масового числа A . Наприклад, ядро атома цезію слід записати ${}^{133}_{55}\text{Cs}$ або ${}_{55}\text{Cs}^{133}$.

В 1932 р. було встановлено, що до складу ядер входять частинки двох видів – *протони* (p) і *нейтрони* (n), які мають загальну назву – *нуклони*.

Протон – 1_1p – стабільна елементарна частинка із зарядом $+e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$, масою $m_p = 1,6726 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$, спіном $\frac{1}{2}$, має магнітний момент, час життя у вільному стані перевищує 10^{30} років.

Нейтрон – 1_0n – електрично нейтральна елементарна частинка з масою $m_n = 1,675 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$, спіном $\frac{1}{2}$, незважаючи на відсутність електричного заряду має магнітний момент, нестабільна (середній час життя у вільному стані $\sim 15,3$ хвилини).

Тому що значення мас протона і нейтрона дуже близькі до 1 а.о.м., то масове число A ядра дорівнює числу нуклонів у ньому. Отже, число протонів у ядрі збігається із числом електронів в атомі і дорівнює Z , а число нейтронів, що входять до складу ядра, дорівнює $A - Z$.

Ядра з однаковим зарядовим числом Z , але різними значеннями масового числа A називаються *ізотопами*. До теперішнього часу встановлено близько 300 стабільних ізотопів і більше 1000 радіоактивних.

У природі зустрічаються хімічні елементи із зарядовими числами Z від 1 до 92, інші хімічні елементи зі значеннями Z від 93 до 107 отримані штучно.

6.11 Енергія зв'язку ядер

Між нуклонами в ядрі діють дуже великі сили притягання, які відносять до *сильної взаємодії* і які, всупереч кулонівським силам відштовхування між протонами, утримують нуклони в складі ядра.

Енергія зв'язку нуклонів у ядрі чисельно дорівнює роботі, яку необхідно виконати для поділу ядра на утворюючі його протони і нейтрони та розмістити їх один від одного на відстанях, на яких вони не взаємодіють.

Згідно з теорією відносності енергія частинки в стані спокою $W = mc^2$, де c – швидкість світла у вакуумі, m – маса частинки. Врахувавши це, енергію зв'язку ядра можна визначити як різницю сумарної енергії нерухомих і невзаємодіючих нуклонів і енергії нерухомого ядра. Тоді маємо

$$W_{зв} = \{ [Zm_p + (A - Z)m_n] - m_{я} \} c^2, \quad (6.41)$$

де Z і A – зарядове і масове числа даного ядра.

Величина $\Delta m = [Zm_p + (A - Z)m_n] - m_{я}$ називається *дефектом маси* ядра.

Енергія зв'язку, що приходить на один нуклон і дорівнює $\frac{W_{зв}}{A}$, називається *питомою енергією зв'язку*.

Найбільша питома енергія зв'язку в ядрах хімічних елементів середньої частини таблиці Д. І. Менделєєва, в області значень масових чисел A від 30 до 130 і становить $\approx 8,6$ МеВ. При переміщенні до країв таблиці питома енергія зв'язку зменшується, досягаючи $\approx 7,5$ МеВ для урану і $\approx 1,1$ МеВ для важкого водню 2_1H .

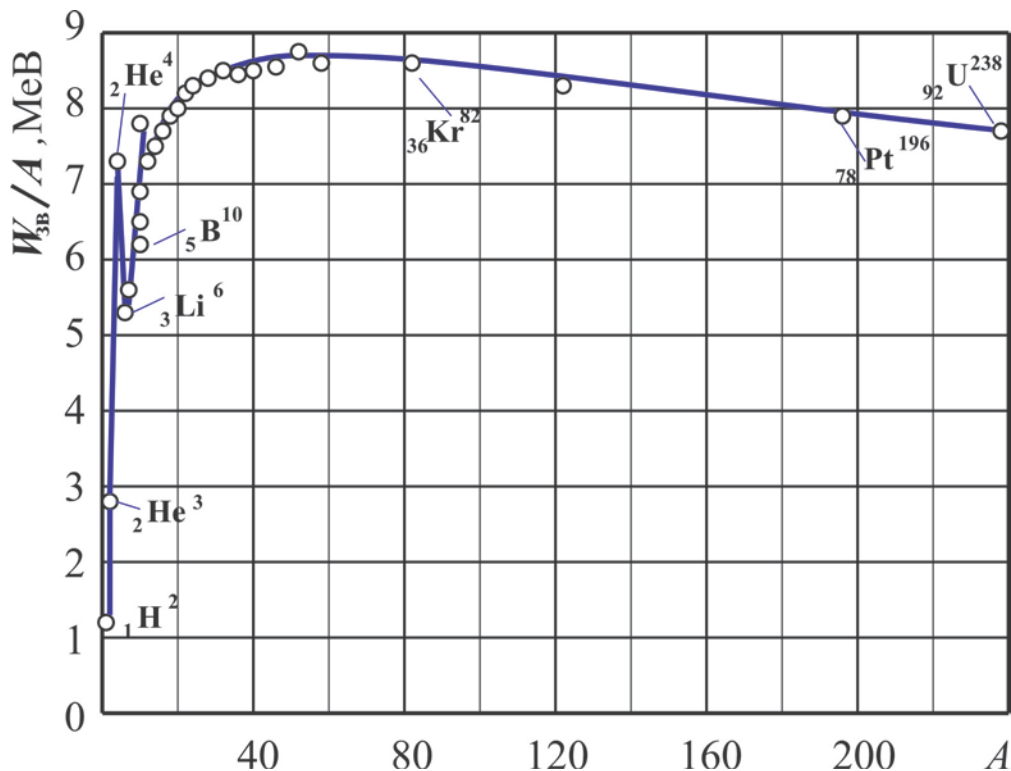


Рис. 6.8.

Залежність питомої енергії зв'язку ($W_{зв}/A$) від масового числа A наведена на рис. 6.8. З цієї залежності випливає, що можливі два процеси – *синтез (злиття) легких ядер* і *поділ важких ядер*, в результаті яких виділяється величезна кількість ядерної енергії. В розрахунку на один нуклон, вона дорівнює різниці значень питомих енергій зв'язку у вихідних і кінцевих продуктах реакції. Перший процес реалізується при термоядерних реакціях в надрах зірок і вибуху водневої бомби, другий – при вибуху атомної бомби і в атомних реакторах (в останньому випадку він носить керований характер).

6.12 Радіоактивність

Радіоактивністю називається явище самодовільного перетворення одних атомних ядер в інші з випромінюванням частинок.

Радіоактивні процеси, що відбуваються як з існуючими в природі ядрами (природна радіоактивність), так і отриманими штучно (штучна радіоактивність), описуються загальними закономірностями.

Закон радіоактивного розпаду: кількість ядер радіоактивної речовини, які не розпалися зменшується з часом згідно з виразом

$$N = N_0 e^{-\lambda t}, \quad (6.42)$$

де N – кількість ядер у довільний момент часу t ; N_0 – кількість ядер в початковий момент часу $t_0 = 0$; λ – *стала розпаду*, що залежить від природи радіоактивної речовини.

Середній час життя радіоактивних ядер $\tau = \frac{1}{\lambda}$.

Очевидно, що кількість ядер, що розпалися за час t , дорівнює

$$N_0 - N = N_0(1 - e^{-\lambda t}). \quad (6.43)$$

Період напіврозпаду T дорівнює часу, протягом якого розпадається половина початкової кількості ядер. Період напіврозпаду і стала розпаду зв'язані співвідношенням

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda}. \quad (6.44)$$

Періоди напіврозпаду відомих до теперішнього часу радіоактивних речовин лежать у межах від $3 \cdot 10^{-7}$ с до $5 \cdot 10^{15}$ років.

Активність радіоактивного препарату дорівнює числу розпадів, що відбулись у препараті, за одиницю часу і дорівнює добутку сталої розпаду на число ядер, що не розпались, тобто

$$A = \lambda N \quad (6.45)$$

У СІ активність вимірюється в *бекерелях* (Бк). 1 Бк дорівнює активності препарату, у якому за одну секунду відбувається один розпад. На практиці частіше користуються позасистемною одиницею виміру активності – *кюрі* (Ки), яка в $3,7 \cdot 10^{10}$ разів більша ніж 1 Бк.

В природі існує кілька видів радіоактивних процесів:

α -розпад – випромінювання ядром α -частинки (ядра гелію ${}^4_2\text{He}$);

β -розпад включає: випромінювання ядром електрона (${}^0_{-1}e$) – електронний розпад; випромінювання ядром позитрона (${}^0_{+1}e$) – позитронний розпад; захоплення ядром орбітального електрона – К-захват;

спонтанний поділ ядер;

протонна радіоактивність – випромінювання ядром одного або двох протонів (${}^1_{+1}p$).

В більшості випадків радіоактивний розпад супроводжується γ -випромінюванням, яке є короткохвильовим електромагнітним випромінюванням ($\lambda < 10^{-13}$ м) з великою проникною здатністю. Потоки частинок і γ -випромінювання, що супроводжують радіоактивний розпад, діють на атоми і молекули речовини, яка опромінюється, зокрема, іонізують їх. Цю дію кількісно оцінюють *дозою випромінювання* (D).

Експозиційна доза ($D_{\text{експ}}$) є мірою іонізаційної дії рентгенівського та γ -випромінювання в повітрі і дорівнює відношенню сумарного заряду всіх іонів одного знаку $\sum Q$, створених при повному гальмуванні вторинних електронів і позитронів, що утворюються в елементарному об'ємі, до маси повітря Δm в цьому об'ємі

$$D_{\text{експ}} = \frac{\sum Q}{\Delta m} \quad (6.46)$$

У СІ експозиційна доза вимірюється в Кл/кг. Для виміру експозиційної дози на практиці часто користуються позасистемною одиницею – *рентгеном* (Р), $1\text{Р} = 2,57976 \cdot 10^{-4}$ Кл/кг.

Величина, рівна енергії іонізуючого випромінювання, поглинутого одиницею маси речовини, яка опромінюється, *називається поглинутою* ($D_{\text{погл}}$) дозою. У СІ поглинута доза вимірюється в *греях* (Гр). 1 Гр дорівнює енергії в 1 Дж, яка поглинута масою в 1 кг.

При радіоактивному опроміненні живих організмів, у тому числі й людей, можуть виникати біологічно несприятливі наслідки, які залежать не тільки від поглинутої дози, але й від виду випромінювання. В зв'язку із цим порівнюють біологічні ефекти, що викликані будь-якими іонізуючими випромінюваннями, з ефектами від рентгенівського і γ -випромінювань. Коефіцієнт, який показує в скільки разів радіаційна небезпека у випадку постійного опромінення людини (при порівняно малих дозах) даним видом випромінювання вище, ніж у випадку рентгенівського або γ -випромінювання за однакової поглинутої дози, називається *коефіцієнтом якості випромінювання* (K). Для рентгенівського і γ -випромінювань $K = 1$, а для всіх інших випромінювань він визначається на підставі радіобіологічних даних.

Еквівалентна доза $D_{\text{екв}}$ визначається як добуток поглинутої дози $D_{\text{погл}}$ на коефіцієнт якості випромінювання K , тобто

$$D_{\text{екв}} = D_{\text{погл}} K \quad (6.47)$$

Еквівалентна доза має ту ж розмірність що і поглинута. В СІ одиниця виміру еквівалентної дози називається *зіверт* (Зв). Один зіверт відповідає поглинутій дозі в один грей при $K = 1$.

При одночасному впливі декількох видів випромінювання еквівалентна доза $D_{\text{екв}} = \sum_i D_{\text{погл},i} K_i$.

Приклади розв'язування задач

Приклад 1. Теплове випромінювання

Оцінити діаметр d мідного дроту, який використовується для виготовлення плавкого запобіжника на струм силою $I_m = 5$ А. Температура плавлення міді $T_{\text{пл}} = 1356$ К, питомий опір при цій температурі становить $\rho = 0,1$ мкОм·м. Вважати, що тепловіддача іде переважно через випромінювання, яке близьке до випромінювання абсолютно чорного тіла. На яку довжину хвилі λ_m при максимально можливій силі струму приходиться максимум спектральної інтенсивності випромінювання?

Розв'язування

Якщо в електричному колі сила струму I , то в запобіжнику за час t , згідно з законом Джоуля-Ленца (3.94), виділяється кількість теплоти

$$Q = I^2 R t,$$

де R – опір запобіжника. При діаметрі дроту d і довжині l , опір запобіжника знаходиться згідно з (3.76)

$$R = \rho \frac{l}{\frac{\pi d^2}{4}}$$

За умовою задачі теплота Q виділяється запобіжником за рахунок випромінювання. В стаціонарному стані, коли температура T запобіжника стала, кількість тепла Q дорівнює енергії, що випромінюється запобіжником, тобто

$$I^2 R t = \sigma T^4 \pi dl .$$

Кількість випромінюваної запобіжником теплоти розрахована згідно із законом Стефана-Больцмана (6.8) припускаючи, що теплова енергія випромінюється лише через бічну поверхню запобіжника з площею πdl (в більшості випадків $d \ll l$ і випромінюванням торців запобіжника можна знехтувати).

З останнього рівняння випливає, що при збільшенні I збільшується і температура T запобіжника. Але вона може зростати лише до температури плавлення $T_{\text{пл}}$. Тому, враховуючи вираз для опору R , можна записати останнє рівняння при максимальній силі струму I_m у вигляді

$$I_m^2 \rho \frac{l}{\frac{\pi d^2}{4}} t = \sigma T_{\text{пл}}^4 \pi dl .^{**}$$

Температура навколишнього середовища кімнатна T_k і значно менша ніж $T_{\text{пл}}$, тому в записаному рівнянні значенням T_k^4 у порівнянні з $T_{\text{пл}}^4$ можна знехтувати.

Отже, діаметр дроту дорівнює

$$d = \sqrt[3]{\frac{4I_m^2 \rho}{\pi^2 \sigma T_{\text{пл}}^4}} = \sqrt[3]{\frac{4 \cdot 5^2 \cdot 0,1 \cdot 10^{-6}}{3,14^2 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 1356^4}} = 1,7 \cdot 10^{-4} \text{ м.}$$

Довжину хвилі λ_m при температурі запобіжника $T = T_{\text{пл}}$, можна розрахувати, скориставшись законом зсуву Віна (6.9). Одержимо

$$\lambda_m = \frac{b}{T_{\text{пл}}} = \frac{2,89 \cdot 10^{-3}}{1356} = 2,14 \cdot 10^{-6} \text{ м.}$$

* Важливо зауважити, що запобіжник не тільки випромінює енергію, але й поглинає її від навколишнього середовища. Тому кількість теплоти, яка передається від запобіжника навколишньому середовищу, дорівнює різниці цих енергій, тобто

$$Q = \sigma(T_{\text{пл}}^4 - T_k^4) \pi dl .$$

Отже, максимум спектральної інтенсивності випромінювання знаходиться в ультрафіолетовому діапазоні хвиль.

Приклад 2. Зовнішній фотоефект

На катод фотоелемента падає монохроматичне світло з довжиною хвилі $\lambda = 4,2 \cdot 10^{-7}$ м. При гальмівній напрузі між катодом і анодом фотоелемента $U_r = 0,8$ В фотострум припиняється. Визначити роботу виходу A електронів з катода і червону границю $\lambda_{\text{ч}}$ фотоефекта.

Розв'язування

Струм у фотоелементі припиняється за умови (6.12), коли електрони з максимальною кінетичною енергією не можуть подолати гальмуюче їх електричне поле (рис. 6.2, б), що існує між катодом і анодом, тобто за умови

$$\frac{mv_{\text{max}}^2}{2} \leq eU_r$$

Отже, рівняння Ейнштейна (6.10) можна записати у вигляді

$$h\nu = A + \frac{mv_{\text{max}}^2}{2} = A + eU_r.$$

Врахувавши, що $\nu = \frac{c}{\lambda}$, де $c = 3 \cdot 10^8$ м/с, знайдемо з даного рівняння роботу виходу

$$A = h \frac{c}{\lambda} - eU_r = \left(6,63 \cdot 10^{-34} \frac{3 \cdot 10^8}{4,2 \cdot 10^{-7}} - 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,8 \right) \text{ Дж} = 3,45 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 2,16 \text{ еВ}$$

Червона границя фотоефекта пов'язана з роботою виходу співвідношенням (6.11) $\nu_{\text{ч}} = \frac{c}{\lambda_{\text{ч}}} = A/h$, звідки

$$\lambda_{\text{ч}} = \frac{hc}{A} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{3,45 \cdot 10^{-19}} = 5,76 \cdot 10^{-7} \text{ м.}$$

Приклад 3. Зовнішній фотоефект

Визначити сталу Планка h , якщо відомо, що фотоелектрони, вибиті з поверхні металу світлом з частотою $\nu_1 = 2,2 \cdot 10^{15}$ с⁻¹, повністю затримуються галь-

мівною напругою $U_{r1} = 6,6$ В, а вибиті світлом із частотою $\nu_2 = 4,6 \cdot 10^{15}$ с⁻¹ – напругою $U_{r2} = 16,5$ В.

Розв'язування

Відповідно з роз'ясненнями, наведеними в прикладі 2, рівняння Ейнштейна для кожної із двох частот опромінення можна записати у вигляді

$$h\nu_1 = A + eU_{r1},$$

$$h\nu_2 = A + eU_{r2}.$$

Віднявши із другого рівняння перше, одержимо

$$h(\nu_2 - \nu_1) = e(U_{r2} - U_{r1}),$$

звідки

$$h = \frac{e(U_{r2} - U_{r1})}{\nu_2 - \nu_1} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} (16,5 - 6,6)}{(4,2 - 2,2) \cdot 10^{15}} = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Дж с.}$$

Приклад 4. *Хвильові властивості мікрочастинок, співвідношення невизначеностей*

Знайти довжину хвилі де Бройля λ електрона в кінескопі телевізора, якщо прискорююча напруга в кінескопі $U = 20$ кВ. Оцінити також, чи є необхідність враховувати співвідношення невизначеностей до цих електронів за умови, що сфокусований пучок електронів на екрані повинен давати світлова пляму діаметром не більшим ніж $d = 10^{-5}$ м. Шлях, який проходять електрони в кінескопі, становить $S = 35$ см.

Розв'язування

Згідно її співвідношенням (6.16) довжина хвилі де Бройля $\lambda = h/mv$. Кінетична енергія електрона дорівнює роботі сил прискорюючого електричного поля, тобто

$$\frac{mv^2}{2} = eU,$$

де e – заряд електрона, m – його маса. З одержаного рівняння маємо швидкість електрона

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}.$$

Використавши формулу де Бройля (6.16), одержимо

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2eUm}} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 2 \cdot 10^4}} = 8,68 \cdot 10^{-12} \text{ м.}$$

Для відповіді на друге питання в умові задачі припустимо, що електрон, пройшовши систему обладнань кінескопа (рис. 6.9), повинен потрапити в точку O екрану. Згідно з умовою задачі відхилення Δx електронів від точки O в будь-якому напрямку, зокрема, в напрямку вертикальної осі x , не може перевищувати $d/2$, тобто $\Delta x \leq d/2$.

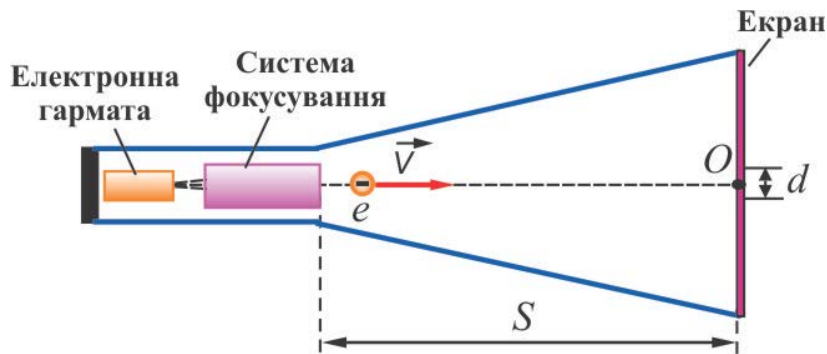


Рис. 6.9

Із співвідношення невизначеностей (6.17) випливає, що $\Delta x m \Delta v_x \geq \hbar/2$, звідки невизначеність у швидкості Δv_x електрона в напрямку осі x

$$\Delta v_x \sim \frac{\hbar}{2m\Delta x} = \frac{\hbar}{md}.$$

Внаслідок цієї невизначеності швидкості можливі випадкові відхилення електрона від точки O на відстань

$$\Delta x' \sim \Delta v_x \tau.$$

Час руху τ електрона від системи фокусування до екрана дорівнює

$$\tau = \frac{S}{v} = \frac{S}{\sqrt{\frac{2eU}{m}}}.$$

Враховуючи у виразі для $\Delta x'$ співвідношення, що визначають значення Δv_x і τ , маємо

$$\Delta x' \sim \frac{\hbar S}{d \sqrt{2emU}} = \frac{1,055 \cdot 10^{-34} \cdot 35 \cdot 10^{-2}}{10^{-5} \cdot \sqrt{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 2 \cdot 10^4}} = 4,84 \cdot 10^{-8} \text{ м.}$$

Отже, випадкові відхилення $\Delta x'$ електронів від точки О за рахунок невизначеності в швидкості на два порядки менше припустимого ($\Delta x = \frac{d}{2} = 5 \cdot 10^{-6}$ м). Отже, при русі електронів у кінескопі телевізора співвідношення невизначеності не проявляється, тому враховувати його немає необхідності, а рух електронів можна описувати, користуючись законами класичної фізики.

Приклад 5. Атом водню

Обчислити довжини хвиль спектральних ліній, які спостерігаються в спектрі газоподібного атомарного водню, при опроміненні його потоком електронів з кінетичною енергією $W_k = 12,5$ еВ.

Розв'язування

Згідно (6.23) електрони, що входять до складу атомів водню, мають дискретні значення енергії

$$W_n = -\frac{1}{n^2} \cdot \frac{m_e e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}.$$

Спектр можливих значень енергій електронів схематично зображений на рис. 6.4. В основному стані електрони мають найменше значення енергії W_1 , яке відповідає значенню головного квантового числа $n_1 = 1$.

В результаті бомбардування незбуджених атомів водню потоком електронів з кінетичною енергією W_k електрони, що входять до складу атомів водню, переходять у збуджені стани з енергією W_{n_x} , яким відповідає деяке значення головного квантового числа n_x . Для знаходження значення W_{n_x} (і, відповідно n_x), можна скористатися законом збереження енергії, який в даному випадку записується у вигляді рівняння

$$W_k = W_{n_x} - W_1 = -\frac{1}{n_x^2} \frac{m_e e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} - \left(-\frac{1}{n_1^2} \cdot \frac{m_e e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\right) = \frac{m_e e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} \left(1 - \frac{1}{n_x^2}\right),$$

звідки

$$n_x = \sqrt{\frac{\frac{m_e e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}}{\frac{m_e e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} - W_k}}.$$

Скориставшись табличними даними, обчислимо величину

$$\frac{m_e e^4}{8 \varepsilon_0^2 h^2} = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (1,6 \cdot 10^{-19})^4}{8 \cdot (8,85 \cdot 10^{-12})^2 \cdot (6,626 \cdot 10^{-34})^2} = 21,69 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 13,56 \text{ еВ},$$

а також

$$n_x = \sqrt{\frac{13,56}{13,56 - 12,5}} = 3,58.$$

Отже, електрони, що належать атомам водню, переходять у збуджені стани зі значенням головного квантового числа $n_x = 3 = n_3$. Із цих станів електрони переходять у стани з меншими енергіями w_2 і w_1 . Але стани з енергією w_2 є також збудженими і з них електрони переходять в стаціонарні стани з енергією w_1 . Відповідно до (6.33) атоми водню при цих переходах випромінюють фотони з частотами

$$\nu_{31} = R \left(1 - \frac{1}{3^2} \right),$$

$$\nu_{21} = R \left(1 - \frac{1}{2^2} \right),$$

$$\nu_{32} = \nu_{32} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right),$$

де $R = 3,293 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$ – стала Рідберга.

Враховуючи, що $\lambda = \frac{c}{\nu}$, знаходимо довжини хвиль спектральних ліній, що випромінюються в цьому випадку

$$\lambda_{31} = \frac{c}{R \left(1 - \frac{1}{3^2} \right)} = \frac{3 \cdot 10^8}{3,293 \cdot 10^{15} \left(1 - \frac{1}{3^2} \right)} \approx 1,03 \cdot 10^{-7} \text{ м},$$

$$\lambda_{21} = \frac{c}{R \left(1 - \frac{1}{2^2} \right)} = \frac{3 \cdot 10^8}{3,293 \cdot 10^{15} \left(1 - \frac{1}{2^2} \right)} \approx 1,22 \cdot 10^{-7} \text{ м},$$

$$\lambda_{32} = \frac{c}{R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right)} = \frac{3 \cdot 10^8}{3,293 \cdot 10^{15} \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right)} \approx 6,56 \cdot 10^{-7} \text{ м.}$$

Приклад 6. Атом водню

Атом водню, який перебуває в стані спокою, випромінює фотон, що відповідає головній лінії серії Лаймана. Яку швидкість при цьому одержує атом?

Розв'язування

Спектральні лінії серії Лаймана (6.34) обумовлені переходом електронів в атомах водню із збуджених станів в основні, для яких значення головного квантового числа $n_1 = 1$.

Головна лінія серії має найменшу частоту і виникає в результаті переходу електронів з енергетичного рівня найближчого до основного, тобто з рівня із квантовим числом $n_2 = 2$ (рис. 6.4). В результаті цього переходу, відповідно до правила частот Бору (6.32), випромінюється фотон з енергією

$$h\nu_{21} = W_2 - W_1 = \frac{m_e e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} \left(1 - \frac{1}{2^2} \right).$$

Даний фотон має імпульс $m_\phi c$, де c – швидкість світла. Масу m_ϕ фотона визначимо із співвідношення теорії відносності, що зв'язує масу частинки з її енергією – $h\nu_{21} = m_\phi c^2$, звідки

$$m_\phi = \frac{h\nu_{21}}{c^2}.$$

Атом водню являє собою замкнену систему, тому імпульс його до випромінювання фотона (він дорівнює нулю, тому що атом перебуває в стані спокою) і після його випромінювання повинен залишатися незмінним, тобто

$$0 = m_\phi \vec{c} + m_H \vec{v},$$

де m_H – маса атома водню. Звідси

$$\vec{v} = -\frac{m_\phi \vec{c}}{m_H}.$$

Знак “ – “ свідчить про те, що в результаті випромінювання фотона атом водню одержує швидкість, спрямовану протилежно до напрямку руху фотона.

Визначивши масу фотона з перших двох співвідношень і підставивши її значення в останній вираз, одержуємо чисельне значення швидкості руху атома

$$v = \frac{m_e e^4 \left(1 - \frac{1}{2^2}\right)}{8 \varepsilon_0^2 h^2 c m_H} = \frac{9 \cdot 10^{-31} (1,6 \cdot 10^{-19})^4 \left(1 - \frac{1}{2^2}\right)}{8 \cdot (8,85 \cdot 10^{-12})^2 (6,626 \cdot 10^{-34})^2 3 \cdot 10^8 (1,0078 \cdot 1,6606) 10^{-27}} = 3,26 \text{ м/с.}$$

Приклад 7. Енергія зв'язку ядра

Енергія зв'язку ядра, до складу якого входить $N_p = 3$ протона і $N_n = 4$ нейтрона, дорівнює $W_{зв} = 39,3$ МеВ. Визначити масу m нейтрального атома з таким ядром. Який хімічний елемент має таке ядро?

Розв'язування

Енергія зв'язку ядра визначається за допомогою рівняння (6.41)

$$W_{зв} = \left[(N_p m_p + N_n m_n) - m_{я} \right] c^2.$$

З даного рівняння випливає, що маса ядра

$$m_{я} = N_p m_p + N_n m_n - \frac{W_{зв}}{c^2} = 3 \cdot 1,6736 \cdot 10^{-27} + 4 \cdot 1,675 \cdot 10^{-27} - \frac{39,3 \cdot 10^6}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot (3 \cdot 10^8)^2} = 1,165 \cdot 10^{-26} \text{ кг.}$$

Маса атома m містить у собі ще масу Z електронів (зарядове число $Z = N_p$), які входять до його складу – $Z m_e = 3 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} = 2,73 \cdot 10^{-30}$ кг. Маса цих електронів більш ніж в 4000 раз менше маси ядра, тобто на масу атома практично не впливає і $m \approx m_{я}$.

Оскільки $1 \text{ а.о.м.} = 1,661 \cdot 10^{-27}$ кг, то маса атома з таким ядром, виражена в атомних одиницях маси, дорівнює $\frac{1,165 \cdot 10^{-26}}{1,661 \cdot 10^{-27}} \approx 7$. Таке ядро має хімічний елемент літій ${}_3\text{Li}^7$ із зарядовим числом $Z = 3$ і масовим числом $A = 7$.

Приклад 8. Радіоактивність

Період напіврозпаду ізотопу свинцю ${}_{82}\text{Pb}^{210}$ рівний $T = 6,93 \cdot 10^8$ с. Визначити час t , протягом якого розпадається $2/5$ початкової кількості N_0 ядер даного радіоактивного ізотопу.

Розв'язування

Кількість ядер, що розпадаються за час t , визначається відповідно до співвідношення (6.43), тобто $N_0 - N = N_0(1 - e^{-\lambda t})$. Тоді відносна кількість ядер $(N_0 - N)/N_0$, що розпалися за час t , дорівнює

$$\frac{N_0 - N}{N_0} = 1 - e^{-\lambda t} = \frac{2}{5},$$

звідки

$$t = \frac{\ln \frac{5}{3}}{\lambda}.$$

Врахувавши зв'язок (6.44) між періодом напіврозпаду T і сталою λ радіоактивного розпаду $\lambda = 0,693/T$, знаходимо, що

$$t = \frac{T \ln \frac{5}{3}}{0,693} = \frac{6,93 \cdot 10^8 \ln \frac{5}{3}}{0,693} = 5,108 \cdot 10^8 \text{ с} = 16,2 \text{ років}.$$

РОЗДІЛ 7 ЕЛЕМЕНТИ ФІЗИКИ ТВЕРДОГО ТІЛА

ОСНОВНІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

7.1 Енергетичні зони в кристалах

В кристалах енергетичні стани електронів визначаються взаємодією їх не тільки з ядрами і електронами своїх атомів, але й з електричним полем кристалічних решіток. В результаті цієї взаємодії енергетичні рівні електронів розщеплюються і замість одного дискретного енергетичного рівня, характерного для ізольованого атома, утворюється N дуже близько розташованих один біля одного енергетичних рівнів (рис. 7.1), де N – кількість атомів у кристалі. Сукупність цих рівнів утворюють *енергетичну зону*. Ці енергетичні зони розділені значеннями енергій, які електрони приймати не можуть. Ці області енергій називають *забороненими зонами*. Найбільше розщеплюються енергетичні рівні валентних електронів (вони утворюють *валентну зону*) і вільних від електронів енергетичних рівнів, що перебувають над ними. В цих зонах сусідні рівні віддалені один від одного приблизно на $\sim 10^{-23}$ еВ.. Розщеплення енергетичних рівнів внутрішніх електронів набагато менше, ніж валентних, тому що їх взає-

модія з кристалічним полем решітки набагато менша. Тому внутрішні електрони атомів у кристалах ведуть себе практично так, як і в ізольованих атомах.

Ширина енергетичних зон валентних електронів і заборонених зон за порядком величини приблизно однакова і дорівнює декільком електрон-вольтам.

Дозволені енергетичні зони у твердому тілі можуть бути заповнені електронами по-різному. В граничних випадках енергетичні зони можуть бути заповнені електронами повністю або бути повністю вільними. Щоб перевести електрон з нижньої енергетичної зони в сусідню верхню, необхідно затратити енергію, не меншу ніж ширина ΔW забороненої зони, що розташована між ними. Енергію ΔW називають ще *енергією активації*, яка становить у різних матеріалах величину від десятих до декількох електрон-вольтів.

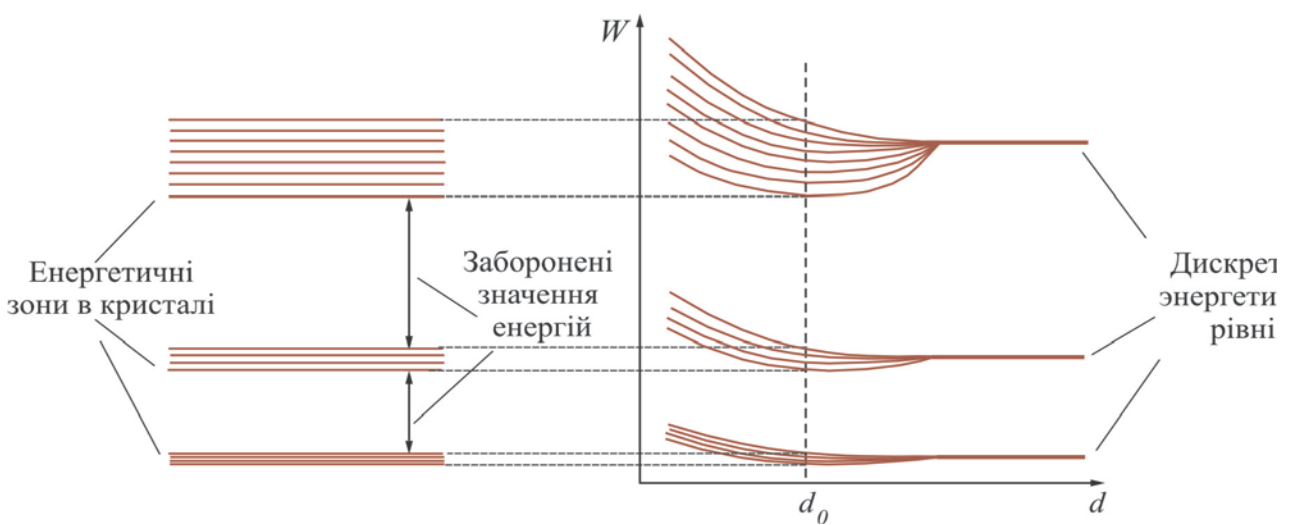


Рис. 7.1

Для переходу між сусідніми рівнями всередині зони необхідна енергія набагато менша, за порядком $\sim 10^{-23}$ еВ. Для цього досить енергії, яку одержує електрон під дією незначної різниці потенціалів електричного поля, прикладеної до кристалу. Для переходу електрона між зонами цієї енергії недостатньо.

Відмінність в електричних властивостях твердих тіл пояснюється в зонній теорії різним заповненням валентними електронами енергетичних зон і їх взаємним розташуванням. Приклади заповнення зон при $T = 0$ К наведені на рис.7.2.

В металах можливі два варіанти заповнення енергетичних рівнів валентними електронами.

1. Валентні електрони заповнюють енергетичні рівні зони частково (рис.7.2, а), тому під дією електричного поля валентні електрони змінюють свою енергію і переходять на вищі за енергією вільні рівні даної зони. Це означає, що під дією електричного поля валентні електрони починають рухатися,

тобто утворюється електричний струм. Енергетична зона, якій належать ці електрони, називається ще і зоною провідності.

2. У деяких металах (Be, Cd, Mg, Zn) енергетична зона валентних електронів заповнена повністю, але вона перекривається з розташованою над нею вільною від електронів енергетичною зоною (рис.7.2, б), що виникла в результаті розщеплення збуджених енергетичних рівнів атомів. Очевидно, що в цьому випадку вплив електричного поля на валентні електрони не відрізняється від розглянутого вище.

В діелектриках енергетичні зони не перекриваються. Валентна зона повністю заповнена електронами, а вище розташована зона, вільна від електронів (рис.7.2, в). Ширина ΔW забороненої зони, що розділяє валентну і вільну зони, більше 3 еВ, тому зовнішнє електричне поле не може перевести електрони з валентної зони у вільну зону. Недостатньо для цього і енергії теплового руху. В результаті, під впливом електричного поля енергія валентних електронів не може змінюватися (не виникає їх упорядкованого руху) і в таких матеріалах електропровідність відсутня.

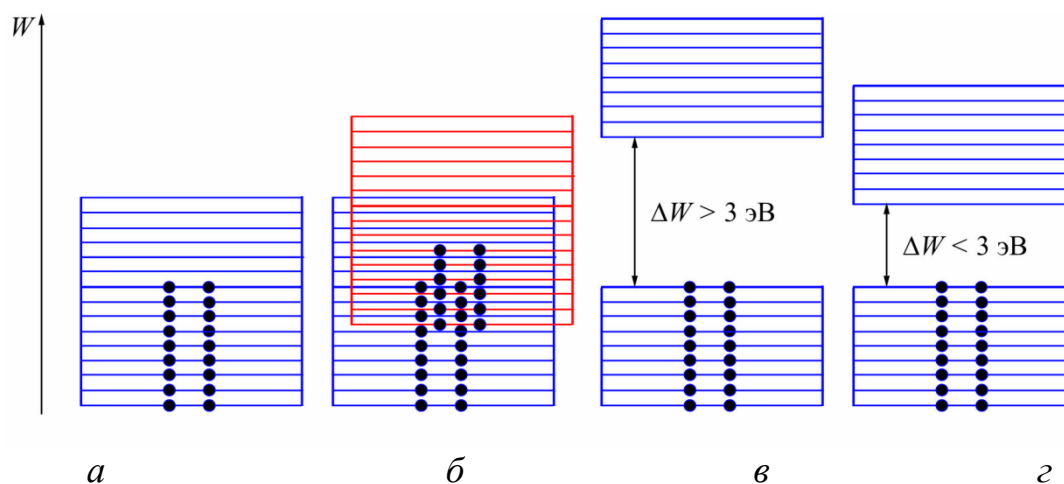


Рис. 7.2

Заповнення енергетичних зон у хімічно чистих напівпровідниках при температурі $T = 0 \text{ K}$ таке ж, як і в діелектриках. Відмінність з діелектриками полягає лише в ширині забороненої зони ΔW – у напівпровідниках вона менша ($\Delta W < 3 \text{ eV}$), ніж у діелектриках (рис.7.2, г). В результаті, за температури $T > 0 \text{ K}$ частина електронів валентної зони за рахунок енергії теплового руху переходить у вільну зону, у зв'язку з чим її ще називають, подібно металам, зоною провідності.

Перехід валентного електрона у вільну зону означає розрив ковалентного зв'язку між сусідніми атомами в кристалічній решітці, в яких задіяні саме валентні електрони. На розірваний зв'язок може перейти валентний електрон із сусіднього зв'язку, даний зв'язок відновиться, але розірваний зв'язок переміститься на сусіднє місце. Розірваний зв'язок називається діркою, напрямком руху її протилежний напрямку руху валентного електрона, який переходить із одного розірваному зв'язку на інший.

В результаті хаотичного руху вільні електрони зустрічаються з дірками. При цьому вільний електрон може бути захоплений вакантним місцем, зв'язок відновлюється, але при цьому одночасно зникають вільний електрон і дірка (електрон переходить із зони провідності у валентну зону). Цей процес називається *рекомбінацією носіїв струму*. У напівпровіднику процеси генерації (виникнення) носіїв струму і їх рекомбінації (зникнення) ідуть безупинно. При сталій температурі напівпровідника між цими процесами встановлюється динамічна рівновага і характерна для даної температури концентрація електронів і дірок. Ця концентрація носіїв струму називається *рівноважною (темною)*.

Слід зазначити, що в бездомішковому (чистому) напівпровіднику вільні електрони і дірки виникають і зникають завжди парами і тому їх концентрація однакова, тобто $n = p$.

7.2 Розподіл Фермі-Дірака. Електропровідність металів

Статистичні закономірності для квантових і класичних частинок відрізняються. Обумовлено це тим, що енергетичний спектр класичних частинок безперервний, тобто число можливих енергетичних станів G нескінченно. В результаті відношення числа класичних часток у системі n (воно завжди скінченне) до G дорівнює нулю. У випадку ж квантових частинок (наприклад, електронів провідності в металах) енергетичний спектр дискретний, в результаті чого G скінченне і значення n/G можна порівняти. Такі системи часток називаються виродженими, а відношення n/G називається критерієм невиродженості.

Електричні властивості кристалів визначаються електронами валентної зони, тому ознайомимось з енергетичними станами і статистичними закономірностями на прикладі електронів провідності металів.

В результаті взаємодії валентних електронів з позитивно зарядженими вузлами кристалічних решіток їх потенціальна енергія від'ємна, тобто валентні електрони (електрони провідності) перебувають у своєрідній потенціальній ямі глибиною $W_{\text{пот}}$, що залежить від природи металу. Заселення енергетичних рівнів валентної зони починається від дна ями (рис. 7.3, а), і згідно з принципом Паулі на кожному з рівнів може перебувати не більш двох електронів з протилежно спрямованими спінами. Енергія цих електронів, відрахована від дна ями, є їх кінетичною енергією.

Електрони мають напівцілий спін, тобто є ферміонами. Для таких систем (ферміонів), розподіл частинок за енергетичними станами описується розподілом Фермі-Дірака

$$f(W) = \frac{1}{e^{\frac{W-\mu}{kT}} + 1}, \quad (7.1) \text{ де } f(W) \text{ – імовірність заселення рівня з енергією } W, T \text{ – температура (за шкалою Кельвіна),}$$

k – стала Больцмана, μ – рівень хімічного потенціалу.

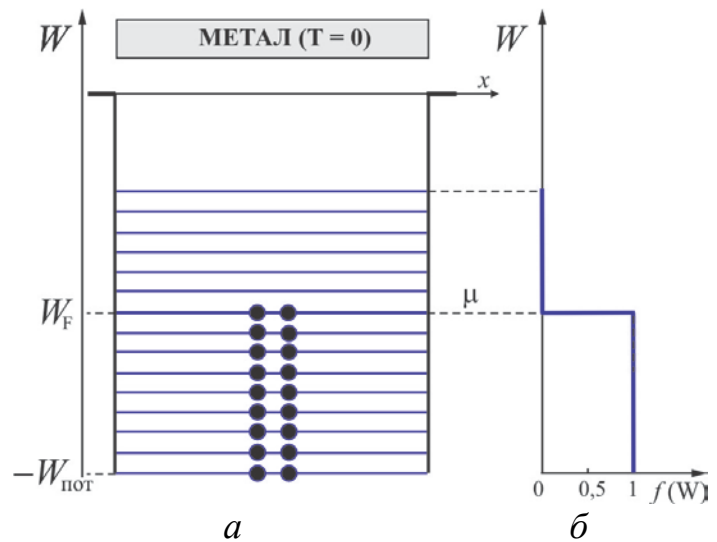
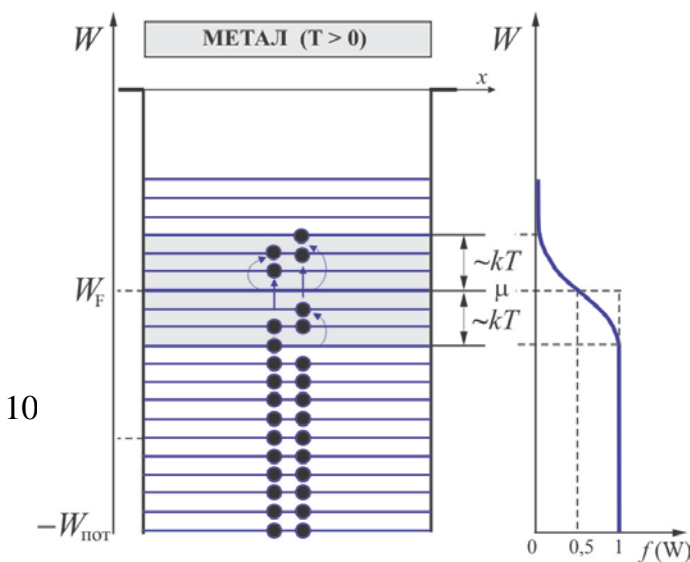


Рис. 7.3



а

б

Рис. 7.4

Зокрема, для електронів провідності металу з (7.1) ви-

пливає, що при $T = 0\text{ К}$ імовірність заселення $f(W) = 1$ для $W \leq \mu$ і $f(W) = 0$ для $W > \mu$ (рис 7.3, б). Отже, при $T = 0\text{ К}$ рівень хімічного потенціалу μ відповідає найбільшій кінетичній енергії електрона в металі. Ця енергія називається енергією Фермі W_F (рис 7.3, а).

При $T > 0\text{ К}$ залежність $f(W)$ наведено на (рис. 7.4, б) і як впливає з (7.1), для $W = \mu$, значення $f(W) = \frac{1}{2}$. Отже, рівень хімічного потенціалу μ можна визначити і як енергетичний рівень, імовірність заповнення якого при $T > 0\text{ К}$ дорівнює $\frac{1}{2}$. Енергія Фермі W_F для металів становить величину декількох еВ, в той час як навіть при $T \approx 1000\text{ К}$ енергія теплового руху $kT \approx 0,09$ еВ, тобто набагато менша ніж W_F . Тому при нагріванні металу лише незначна частина електронів, що займають вузьку енергетичну смугу порядку kT (рис. 7.4, б), змінюють свою енергію і переходять на енергетичні рівні вище рівня Фермі W_F (рис 7.4, а, б). Заселення ж енергетичних рівнів, розташованих на кілька kT нижче рівня Фермі, не змінюється (рис 7.4, а, б). В результаті середня енергія електронів провідності при нагріванні металу, а, отже, і швидкість їх хаотичного руху майже не змінюються.

Тільки за допомогою квантової теорії вдалося пояснити електричні властивості металів, що спостерігаються в експерименті, зокрема, залежність опору металів від температури. Квантова теорія для питомої електропровідності γ металів приводить до співвідношення

$$\gamma = \frac{e^2 n \lambda_F}{m^* v_F}, \quad (7.2)$$

де: e – заряд електрона; m^* – його ефективна маса (яка враховує вплив електричного поля кристалічних решіток на рух електрона); n – концентрація електронів провідності; λ_F – довжина вільного пробігу електронів, що мають енергію Фермі; v_F – їх швидкість.

Квантова теорія пояснює опір металів розсіюванням електронних хвиль (хвиль де Бройля) на дефектах кристалічних решіток. Дефекти виникають, в основному, з двох причин: через теплові коливання вузлів кристалічних решіток і через наявність в металі домішок.

Відповідно і питомий опір металу $\rho = \frac{1}{\gamma}$ можна умовно записати у ви-

гляді двох доданків: ρ_T – опір обумовлений розсіюванням на неоднорідностях, що виникають у результаті теплових коливань кристалічних решіток і ρ_d – опір обумовлений розсіюванням на домішках. Відповідні розрахунки показують, що при порівняно високих температурах переважну роль відіграє ρ_T і за цих умов довжина вільного пробігу електронів $\lambda_F \sim \frac{1}{T}$. При низь-

ких температурах λ_F від T практично не залежить, домінує розсіювання на домішках, і λ_F залежить від їх концентрації. Інші величини в (7.2), за винятком λ_F , від T не залежать або залежать незначною мірою. Отже, з врахуванням цих зауважень з (7.2) випливає: в області високих температур питомий опір металу залежить від температури лінійно, а в області низьких – від температури не залежить, а визначається концентрацією домішки, що і наведено на рис. 7.5.

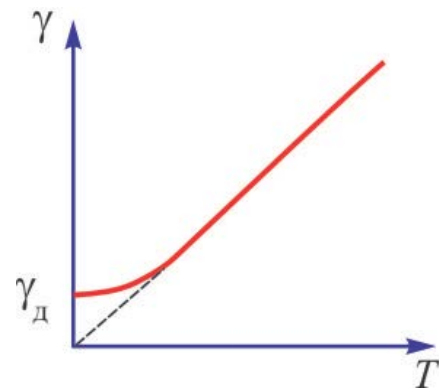


Рис. 7.5

7.3 Власна електропровідність напівпровідників

Напівпровідники вважаються чистими, якщо відносна концентрація атомів домішки в них не перевищує $(10^{-8} - 10^{-9})\%$. Електропровідність таких напівпровідників називається *власною*.

За температури $T = 0\text{ К}$ чисті напівпровідники електропровідності не мають. Заповнення енергетичних зон в них за цієї температури наведено на рис.7.6, а. Всі енергетичні рівні валентної зони повністю заповнені електронами, енергетичні рівні вільної зони не заселені, рівень хімічного потенціалу μ розташований посередині забороненої зони. На цьому ж рисунку вгорі, на прикладі одного з найпоширеніших – напівпровідника германія, наведена схема ковалентного зв'язку між атомами. Цей напівпровідник 4-х валентний і кожний атом, що перебуває у вузлі кристалічної решітки, пов'язаний з 4-ма найближчими атомами. В зв'язках між двома сусідніми атомами задіяні від кожного атома по одному валентному електрону. В результаті, при $T = 0\text{ К}$ всі валентні електрони задіяні в зв'язках між атомами кристала, тобто носіїв струму при $T = 0\text{ К}$ немає, що і обумовлює відсутність електропровідності. При збільшенні температури заселення енергетичних зон змінюється (рис.7.6, б): частина електронів переходить із валентної зони в зону провідності (незначним зсувом рівня μ , що відбувається в цьому випадку, можна знехтувати). На схемі зв'язків (рис.7.6, б, вгорі) ці переходи відповідають розриву зв'я-

зків, в результаті чого виникають носії струму – вільні електрони і дірки, електропровідність стає відмінною від нуля.

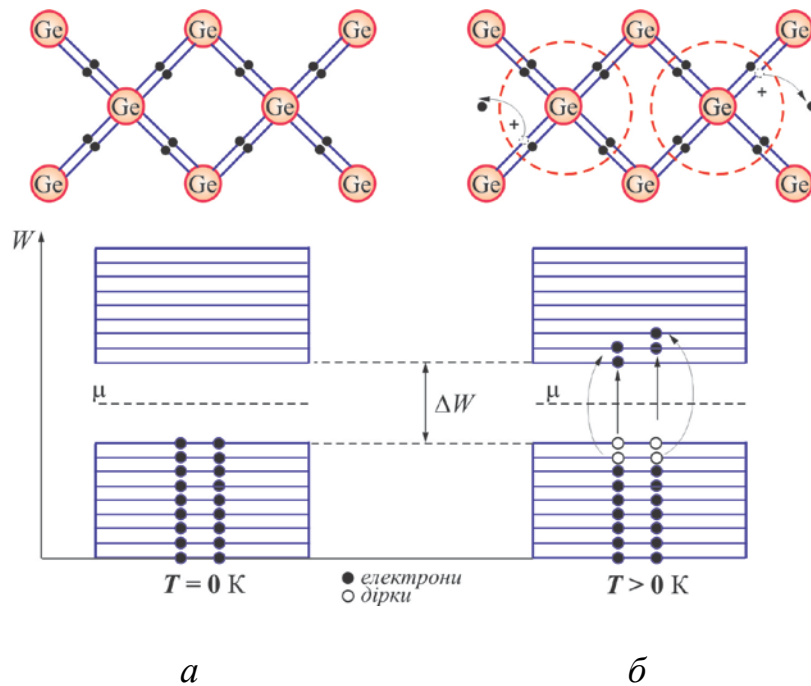


Рис. 7.6

Концентрація електронів провідності n і дірок p пропорційна імовірності заселення енергетичних рівнів поблизу дна зони провідності і при збільшенні температури T кристала, як впливає з розподілу Фермі-Дірака, зростає за експоненціальним законом

$$n = p \sim e^{-\frac{\Delta W}{2kT}}, \quad (7.3)$$

де ΔW – ширина забороненої зони ($W - \mu = \frac{\Delta W}{2}$), k – стала Больцмана.

За наявності електричного поля виникає упорядкований рух електронів, що перебувають в зоні провідності. Ці електрони породжують *електронну складову власної провідності* (провідність *n-типу*). Під впливом електричного поля рухаються і дірки, але в напрямку, протилежному напрямку руху електронів. Дірки поводять себе як позитивно заряджені носії струму і обумовлюють *діркову складову власної провідності* (провідність *p-типу*). Упорядкований рух дірок можливий завдяки наявності у валентній зоні не заселених енергетичних рівнів (частина електронів із цієї зони перейшла у вільну зону). В результаті питома електропровідність γ чистого напівпровідника може бути представлена як сума двох складових:

γ_n – обумовленої електронами провідності, і γ_p – обумовленої дірками, тобто $\gamma = \gamma_n + \gamma_p$.

Кожну з складових (γ_n і γ_p) можна визначити, подібно до металів, за допомогою співвідношення (7.2). Однак в чистих напівпровідниках залежність питомої електропровідності від температури носить інший характер, ніж у металів. Обумовлене це тим, що, на відміну від металів, в напівпровідниках концентрація носіїв струму, як n так і p , експоненціально залежить від температури (7.3), тому у виразі (7.2) більш слабкою залежністю від T інших величин можна знехтувати. Враховуючи це з (7.2) одержимо, що *при збільшенні температури T питома електропровідність чистого напівпровідника зростає за експоненціальним законом, тобто*

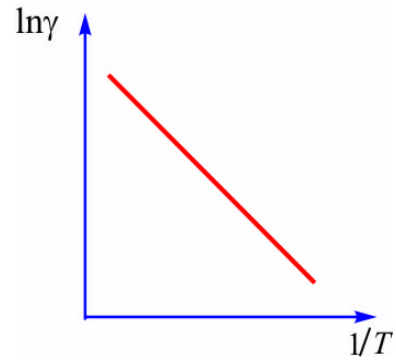


Рис. 7.7

$$\gamma = \gamma_0 e^{-\frac{\Delta W}{2kT}}. \quad (7.4)$$

У напівлогарифмічній системі координат залежність питомої електропровідності чистих напівпровідників від температури (залежність $\ln \gamma(1/T)$) відображена на рис. 7.7.

7.4 Домішкова електропровідність напівпровідників

Електропровідність напівпровідників можна змінювати шляхом введення в них домішок. Проаналізуємо вплив домішок на електропровідність на прикладі того ж напівпровідника германію.

Якщо невелику кількість атомів германію замінити атомами 5-ти валентної речовини (миш'яку, сурми, фосфору), то один з електронів домішкового атому не буде задіяний в зв'язках (рис. 7.8, а) і його значно легше відірвати від атома домішки. Це означає, що енергетичні рівні даних електронів при $T = 0\text{K}$ перебувають поблизу дна вільної зони і для їх переходу у вільну зону потрібна енергія ΔW_d помітно менша, ніж для переходу електронів з валентної зони ($\Delta W_d < \Delta W$). Рівень хімічного потенціалу при $T = 0\text{K}$ розташований посередині між рівнем домішки і нижнім рівнем вільної зони. Тому, при порівняно невеликому підвищенні температури ($T > 0\text{K}$), переходи електронів з рівнів домішки у вільну зону вже відбуваються, в той час як переходи електронів з валентної зони у вільну в помітній кількості ще неможливі (рис. 7.8, б).

На схемі зв'язків (рис. 7.8, б), вгорі) дані переходи відповідають відриву електронів від атомів домішки і перетворенню їх у вільні, тобто ці електрони стають електронами провідності. Атоми домішки в результаті втрати одного з валентних електронів перетворюються в позитивно заряджені іони. Така домішка надає електрони провідності і називається *донорною*.

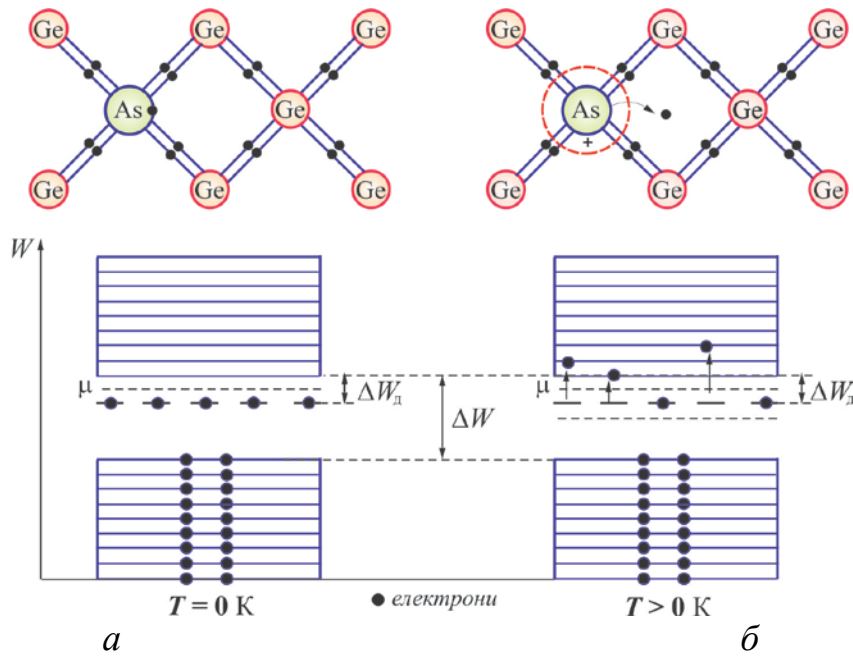


Рис. 7.8.

Напівпровідники з електронною провідністю одержали назву *напівпровідників n-типу*. При досить низьких температурах T електропровідність таких напівпровідників визначається співвідношенням, аналогічним (7.4), тобто

$$\gamma_d \sim e^{-\frac{\Delta W_d}{2kT}}, \quad (7.5)$$

де N_d – концентрація атомів донорної домішки.

При збільшенні температури енергетичні рівні атомів домішки виснажуються, тобто не зайняті у зв'язках валентні електрони всіх атомів домішки переходять у зону провідності. При подальшому збільшенні температури концентрація електронів провідності завдяки наявності домішки перестає змінюватись і домішкова провідність досягає максимального значення γ_{0d} .

Але, залежно від співвідношення між величинами ΔW_d і ΔW , можуть початися переходи електронів з валентної зони в зону провідності і до домішкової провідності почне додаватись власна. На рис.7.9, *a* наведена залежність концентрації електронів в донорному напівпровіднику від температури. Ділянка *аб* відповідає іонізації атомів домішки, *бв* – області виснаження, *вг* – переходам електронів з валентної зони в зону провідності. В результаті при досить високих температурах питома електропровідність домішкового напівпровідника визначається виразом

$$\gamma = \gamma_d + \gamma_0 e^{-\frac{\Delta W}{2kT}}. \quad (7.6)$$

Залежність питомої електропровідності домішкових напівпровідників від температури в напівлогарифмічній системі координат наведена на рис. 7.9, б.

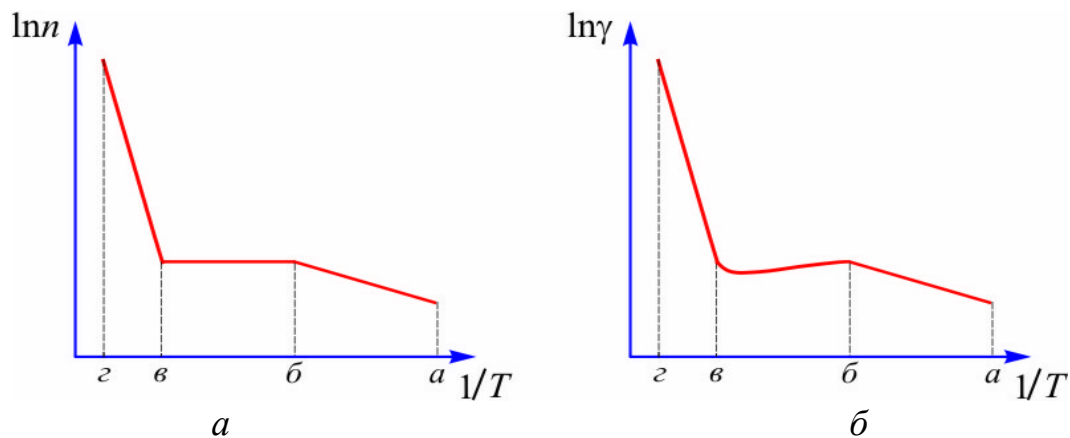


Рис. 7.9

У межах ділянки $бв$ (залежно від співвідношення між ΔW і ΔW_d її може і не бути) концентрація носіїв струму залишається сталою і з ростом температури питома електропровідність домішкового напівпровідника, з тих же причин що і в металах, зменшується.

Якщо в 4-х валентному напівпровіднику невелику кількість атомів основної речовини замінити атомами 3-х валентної домішки (наприклад, індію, алюмінію або бору), то в місці знаходження кожного атома домішки один із зв'язків з 4-ма найближчими атомами напівпровідника виявиться не заповненим. Цим, не зайнятим електронами вакантним зв'язком, локалізованим біля атомів домішки, відповідає певна енергія – так звані локальні енергетичні рівні атомів домішки. Розташовані вони трохи вище верхнього рівня валентної зони, а рівень хімічного потенціалу при $T = 0$ К розташований посередині між ними і верхнім рівнем валентної зони (рис.7.10, a).

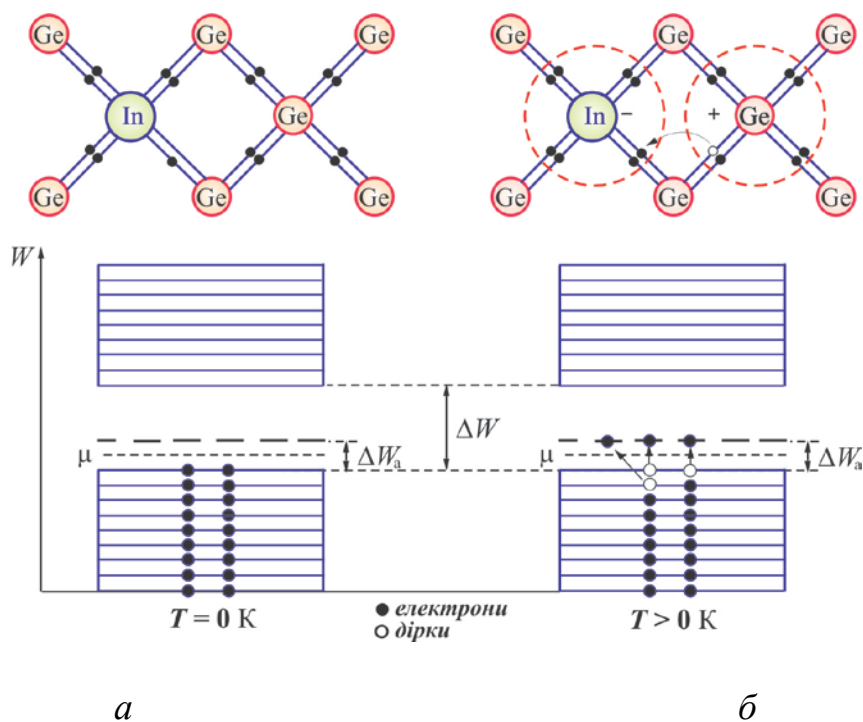


Рис. 7.10

При $T > 0$ К на вакантне місце біля атома домішки може перейти електрон з будь-якого сусіднього зв'язку, що і зображено на верхній частині рис. 7.10, б. На енергетичній діаграмі такі переходи відповідають переходу електронів з валентної зони на локальні рівні атомів домішки і появі у валентній зоні вакантних місць – дірок. Атоми домішки при цьому перетворюються в негативно заряджені іони. Домішка такого типу називається *акцепторною* (вона надає носії струму дірки), а напівпровідники з дірковою провідністю – напівпровідниками *p-типу*.

Очевидно, що залежність від температури питомої електропровідності напівпровідників з акцепторною домішкою описується тими ж виразами (7.5) і (7.6), що й для напівпровідників з донорною домішкою. Однак у них замість значень N_d і ΔW_d необхідно мати на увазі відповідно значення N_a (концентрацію атомів акцепторної домішки) і ΔW_a (різницю між локальними рівнями акцепторної домішки і верхнім рівнем валентної зони).

7.5 Фотопровідність

Перехід електронів з валентної зони в зону провідності може відбуватися не тільки за рахунок енергії теплового руху, але і за рахунок деяких інших джерел енергії. Важливим у практичному відношенні є випадок, коли такий перехід відбувається за рахунок енергії електромагнітних хвиль (світла), які поглинаються напівпровідником. В результаті при опроміненні напівпровідника світлом концентрація носіїв струму в порівнянні з рівноважною (темною), яка відповідає даній температурі, зростає. Це явище називається *внутрішнім фотоефектом*.

Для того, щоб внутрішній фотоефект відбувся, енергія $h\nu$ фотона світла повинна бути, у випадку бездомішкового напівпровідника, не менша ширини ΔW забороненої зони, тобто $h\nu \geq \Delta W$. Найменша частота ν_q , за якої цей процес можливий, називається *червоною границею внутрішнього фотоефекту*. Очевидно, що вона знаходиться з рівняння

$$h\nu_q = \Delta W . \quad (7.7)$$

Носії струму, що виникають у результаті внутрішнього фотоефекту, називаються *фотоносіями* (фотоелектронами і фотодірками). На відміну від рівноважних (темнових) носіїв струму фотоносії є *нерівноважними*. При припиненні опромінення напівпровідника світлом вони рекомбінують і концентрація носіїв струму повертається до рівноважної.

Фотоносії струму збільшують електропровідність напівпровідника (в порівнянні з рівноважною) і ця складова електропровідності називається *фотопровідністю*.

Явище внутрішнього фотоефекта широко використовується в техніці для реєстрації електромагнітних хвиль, а також для безпосереднього перетворення світлової енергії в електричну.

7.6 Робота виходу. Контактна різниця потенціалів

Під *роботою виходу* розуміють енергію, необхідну для видалення електрона з електрично нейтрального тіла у вакуум без зміни його температури. Електрони можуть видалятися з будь-якого енергетичного рівня (рис. 7.11, *a*) і для цього необхідна різна енергія. Можна обґрунтувати, що температура тіла буде залишатись сталою, якщо електрони з різних рівнів видаляти в такій пропорції, щоб начебто видалення відбувалось з рівня хімічного потенціалу μ . Це означає, що як для металів (рис. 7.11, *a*), так і для напівпровідників (рис. 7.11, *б*) робота виходу визначається виразом

$$A = -\mu = W_{\text{пот}} - W_F. \quad (7.8)$$

Робота виходу залежить як від природи речовини, так і від стану його поверхні і для різних речовин коливається в межах декількох електрон-вольтів.

Електрони можуть виконувати роботу виходу за рахунок різних джерел енергії: під дією електромагнітного опромінення (зовнішній фотоефект); в результаті бомбардування речовини швидкими електронами (вторинна електронна емісія); в результаті одержання теплової енергії кристалічними решітками (термоелектронна емісія), тощо.

З розподілу Фермі – Дірака випливає, що імовірність виходу електрона з металу або напівпровідника у вакуум *пропорційна* $\sim e^{-\frac{A}{kT}}$, тобто тим більша, чим менша робота виходу і вища температура речовини. Тому у випадку контакту, наприклад, між двома металами з однаковою температурою, в початковий момент виникає більш інтенсивний перехід електронів з металу, що має меншу роботу виходу в метал з більшою роботою виходу.

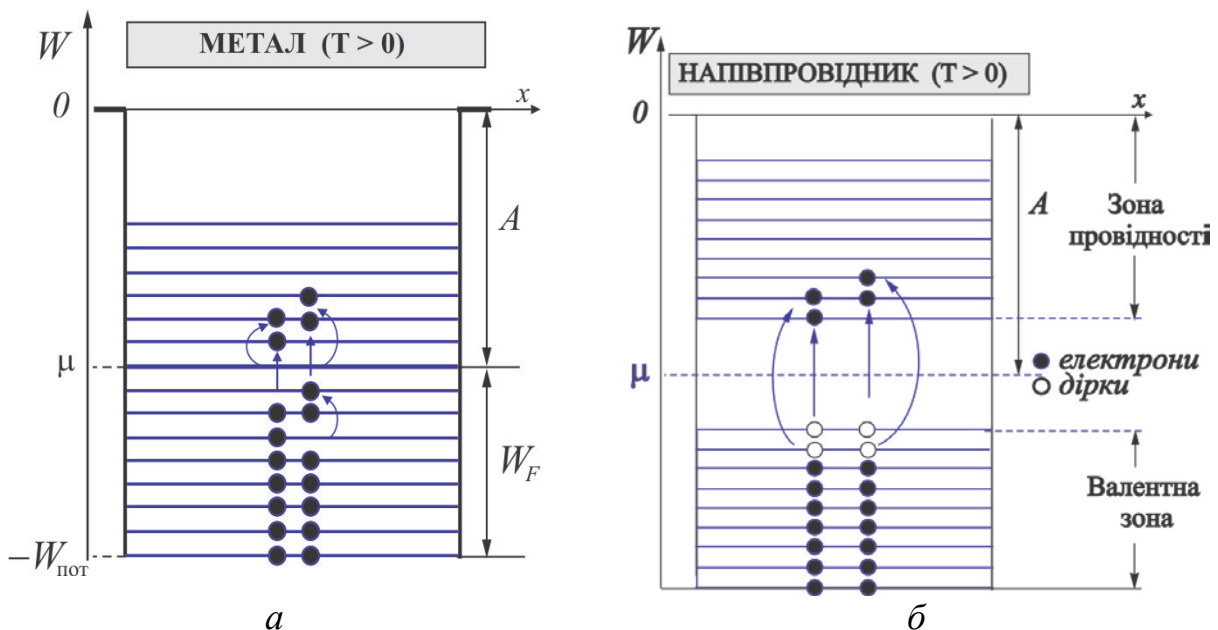


Рис.7.11

В результаті область контакту першого металу заряджається позитивно (у ній виникає недолік електронів), а другого – негативно (у ній виникає надлишок електронів) і в області контакту виникає різниця потенціалів. Ця різниця потенціалів перешкоджає переважному переходу електронів з першого металу в другий. При термодинамічній рівновазі величини хімічних потенціалів μ_1 і μ_2 контактуючих провідників вирівнюються, зустрічні потоки електронів врівноважуються і різниця потенціалів, що встановилась в результаті між провідниками називається *зовнішньою контактною різницею потенціалів*. Кількісно зовнішня контактна різниця потенціалів залежить від різниці робіт виходу і визначається співвідношенням.

$$\Delta\varphi_{\text{к}} = \frac{A_1 - A_2}{e}. \quad (7.9)$$

7.7 Електронно-дірковий перехід

Електронно-дірковий перехід (або p – n перехід) являє собою контакт (границю розділу) двох областей одного і того ж напівпровідника з різним типом провідності – дірковою (p -типу) і електронною (n -типу).

Розглянемо більш детально процеси, що відбуваються в області контакту, на прикладі симетричного переходу, за якого концентрація носіїв струму в обох областях однакова ($n = p$).

Спочатку припустимо, що контакт між n і p областями відсутній. Заселення енергетичних зон в цьому випадку при $T > 0$ К наведено для напівпровідника n -типу на рис. 7.8, б, а для напівпровідника p -типу – на рис. 7.10, б. В кожній із областей крім основних носіїв струму (електронів в області з донорною домішкою і дірок в області з акцепторною домішкою) є незначна кількість і неосновних носіїв – дірок у напівпровіднику n -типу і електронів у напівпровіднику p -типу. Наявність неосновних носіїв струму обумовлена переходами електронів в кожній області напівпровідника з валентної зони в зону провідності, що відбуваються в невеликих кількостях при робочих температурах.

Якщо привести розглянуті області до контакту (рис. 7.12, а), то виникне дифузійний потік основних носіїв струму із області, в якій концентрація носіїв більша, в область, де вона менше (електронів з напівпровідника n -типу в напівпровідник p -типу, а дірок – в протилежному напрямку). Дифузійні потоки основних носіїв породжують електричний струм у вказаному на рис. 7.12, а напрямку (його називають *дифузійним* або *основним* – $I_{\text{осн}}$), а в області контакту виникають некомпенсовані електричні заряди – позитивні іони донорної домішки в напівпровіднику n -типу і негативні іони акцепторної домішки в напівпровіднику p -типу. Дані заряди породжують в області контакту різниця потенціалів $\Delta\varphi$, тобто електричне поле з вектором напруженості $\vec{E}_{\text{к}}$ у вказаному на рис. 7.12, а напрямку. Це поле гальмує переміщення основних носіїв струму через область контакту і по мірі збільшення $\Delta\varphi$ основний струм зменшується.

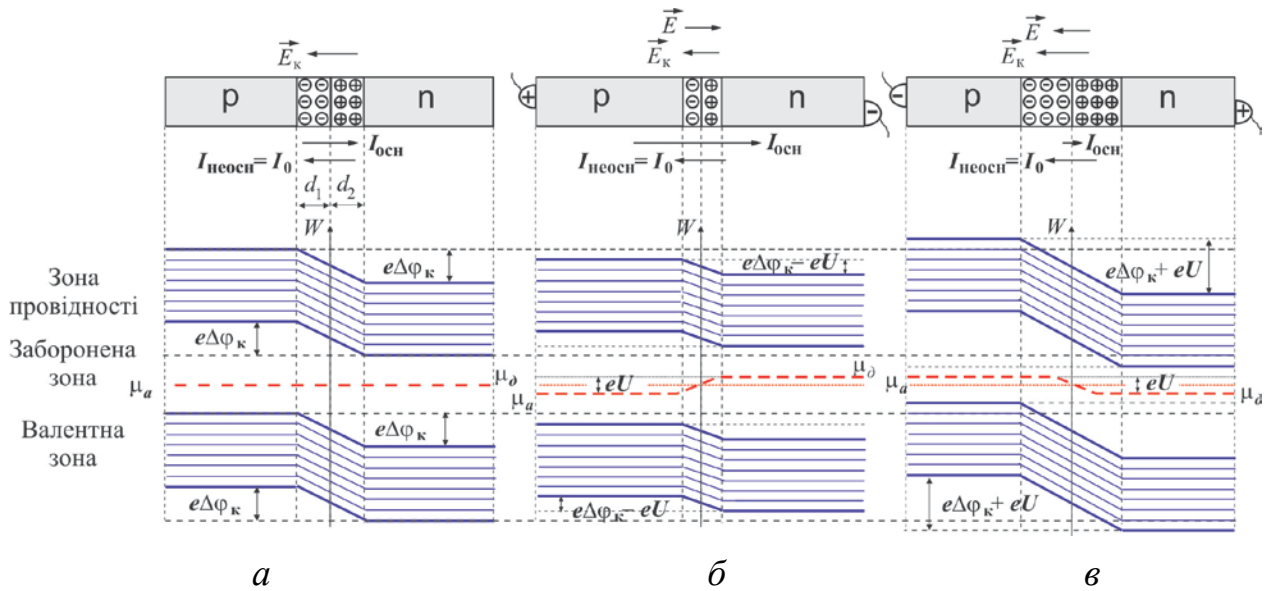


Рис. 7.12

Одночасно через область контакту переміщуються і неосновні носії струму (електрони з напівпровідника p -типу в напівпровідника n -типу, а дірки – у протилежному напрямку). Струм, що обумовлений переміщенням неосновних носіїв струму називається дрейфовим або неосновним – $I_{\text{неосн}}$ і він спрямований протилежно основному. Електричне поле в області контакту не перешкоджає переміщенню неосновних носіїв струму і тому дрейфовий струм від значення $\Delta\varphi$ не залежить.

Після досягнення динамічної рівноваги між потоками основних і неосновних носіїв (виконання рівності $I_{\text{осн}} = I_{\text{неосн}} = I_0$) рівні Фермі в обох областях вирівнюються (рис. 7.12, a). При цьому різниця потенціалів $\Delta\varphi$ досягає

значення контактної різниці потенціалів $\Delta\varphi_{\text{к}} = \frac{A_1 - A_2}{e}$ і встановлюється деяка глибина шару $d = d_1 + d_2$ проникнення в обидві області напівпровідника контактної області, що залежить від концентрації основних носіїв струму і контактної різниці потенціалів. В цьому шарі концентрація основних носіїв струму набагато менша, опір його в порівнянні з опором інших частин напівпровідника значно більший (іони домішок перебувають у вузлах кристалічних решіток і не є носіями струму) і тому цей шар називається *запірним*.

Величину основного і неосновного струмів в рівноважному стані можна оцінити, врахувавши вплив на них контактної області електричного поля. Наявність поля приводить до зміни енергії електронів і дірок в контактній області, в результаті чого в області p - n переходу енергетичні рівні викривляються і виникає, як для електронів, так і для дірок, потенціальний бар'єр висотою $e\Delta\varphi_{\text{к}}$. На рис. 7.12 потенціальні бар'єри зображені для електронів. Сила основного струму $I_{\text{осн}}$ пропорційна імовірності подолання даного бар'єра основними но-

сіями і, як впливає з розподілу Фермі-Дірака, пропорційна $\sim e^{\frac{-e\Delta\varphi_k}{kT}}$. Сила неосновного струму $I_{\text{неосн}}$ від висоти бар'єра $e\Delta\varphi_k$ не залежить, а визначається лише концентрацією неосновних носіїв. Отже, для рівноважного стану можна записати

$$I_{\text{осн}} = ce^{-\frac{e\Delta\varphi_k}{kT}} = I_{\text{неосн}} = I_0, \quad (7.10)$$

де c – константа.

Якщо до p - n переходу прикласти зовнішню напругу U (різниця потенціалів), то вона буде падати в області контакту, тому її що опір значно більший, ніж іншої частини напівпровідника. В результаті, висота потенціального бар'єру зміниться на величину eU . На цю ж величину зміниться і положення рівня хімічного потенціалу. Зміна висоти бар'єру приведе до зміни основного струму, а неосновний струм залишиться таким же, яким був і в рівноважному стані. Рівноважний стан буде порушений і через p - n перехід потече електричний струм.

У випадку, якщо зовнішня напруга, прикладена до p - n переходу, має полярність, зображену на рис. 7.12, б (до напівпровідника p -типу під'єднаний плюс, а до напівпровідника n -типу – мінус), то вектор напруженості \vec{E} зовнішнього електричного поля буде спрямований протилежно вектору напруженості \vec{E}_k контактного поля. За такої полярності зовнішньої напруги висота потенціального бар'єру зменшується і стане рівною $e\Delta\varphi_k - eU$, основний струм збільшиться і результуючий струм I через p - n перехід буде визначатись співвідношенням

$$I = ce^{-\frac{(e\Delta\varphi_k - eU)}{kT}} - I_0 = I_0(e^{\frac{eU}{kT}} - 1), \quad (7.11)$$

тобто із збільшенням U струм I зростає за експоненціальним законом. Зовнішня напруга такої полярності називається прямою або пропускнуою.

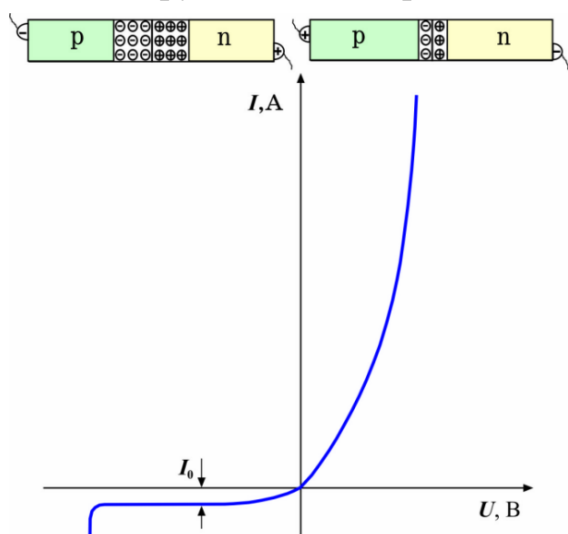


Рис. 7.13

Зміна полярності зовнішньої напруги (рис. 7.12, в) на протилежну (до напівпровідника p -типу підключений мінус, а до напівпровідника n -типу – плюс) приведе до збільшення висоти потенціального бар'єру і зменшення в порівнянні з рівноважним значенням сили основного струму. В результаті, напрямок результуючого струму I через p - n перехід змінюється і величина його визначається співвідношенням

$$I = ce^{-\frac{(e\Delta\varphi_k + eU)}{kT}} - I_0 = I_0 \left(e^{-\frac{eU}{kT}} - 1 \right). \quad (7.12)$$

З (7.12) випливає, що при зовнішній напрузі з даною полярністю, яка названа *зворотною* або *запірною*, із збільшенням U результуючий струм I прямує до $-I_0$, тобто залишається незначним (концентрація неосновних носіїв струму в багато разів менша концентрації основних).

Отже, p - n перехід має однобічну провідність – в одному напрямку електричний струм пропускає, а в іншому – практично не пропускає. Залежність електричного струму I від прикладеної до p - n переходу зовнішньої напруги U зображена для обох видів полярності на рис. 7.13. Ця залежність називається *вольтамперною характеристикою* p - n переходу. Ділянка різкого зростання струму I при збільшенні зворотної напруги відповідає пробом p - n переходу.

Електронно-діркові переходи є основними елементами в багатьох напівпровідникових приладах, які замінили радіолампи, що і дозволило перейти до мікросхем. В результаті різко збільшилась надійність і час безвідмовної роботи різноманітної апаратури, багаторазово збільшилась її швидкодія, зменшилось споживання електроенергії, вага, геометричні розміри та інші важливі характеристики.

Приклади розв'язування задач

Приклад 1. Зовнішня контактна різниця потенціалів

Визначити зовнішню контактну різницю потенціалів між двома металами при температурі абсолютного нуля, якщо глибини потенціальних ям дорівнюють $W_{n1} = 18$ еВ і $W_{n2} = 16$ еВ, а енергії Фермі, відповідно $W_{F1} = 14$ еВ і $W_{F2} = 11$ еВ.

Розв'язування

У верхній частині рис. 7.14 схематично зображені метали 1 і 2 до і після їх контакту. В нижній частині цього ж рисунка, відповідно до даних задачі наведені схеми залежності потенціальної енергії електрона від його місця знаходження і положення рівнів Фермі в обох металах.

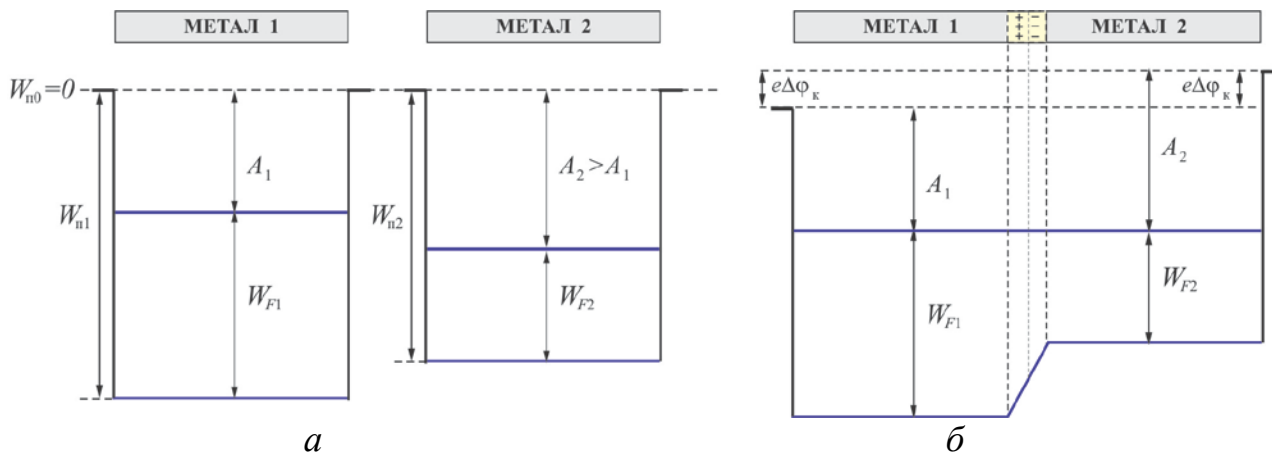


Рис. 7.14

У відсутності контакту між металами (рис. 7.14, а) рівень Фермі в першому металі розташований вище, ніж в другому і робота виходу, відповідно до її визначення (7.8), з металу 1 ($A_1 = W_{n1} - W_{F1}$) менша, ніж з металу 2 ($A_2 = W_{n2} - W_{F2}$). Тому після їх контакту частина електронів з металу 1 перейде на вільні енергетичні рівні металу 2.

В результаті, в рівноважному стані, коли зустрічні потоки електронів врівноважуються, значення енергій Фермі в обох металах встановлюються на одному рівні (рис. 7.14, б) і між металами виникає зовнішня контактна різниця потенціалів, яка, згідно з виразом (7.9), дорівнює

$$\Delta\varphi_k = \frac{A_2 - A_1}{e} = \frac{(W_{n2} - W_{F2}) - (W_{n1} - W_{F1})}{e} = \frac{[(16-11)] - [(18-14)] \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 1 \text{ В}$$

Приклад 2. Розподіл Фермі - Дірака

Визначити імовірності f_1 і f_2 заповнення електронами двох енергетичних рівнів у металі, які розташовані на $\Delta W_1 = 0,01$ еВ і $\Delta W_2 = 0,1$ еВ нижче рівня Фермі, при температурі $t = 27^\circ \text{C}$.

Розв'язування

Відповідно до розподілу Фермі – Дірака (7.1) можна записати, що імовірності заселення енергетичних рівнів заданих в умові задачі дорівнюють

$$f_1 = \frac{1}{e^{\frac{(W_F - \Delta W_1) - W_F}{kT}} + 1} \quad \text{і} \quad f_2 = \frac{1}{e^{\frac{(W_F - \Delta W_2) - W_F}{kT}} + 1},$$

де $T = (t + 273)$ К – температура металу за шкалою Кельвіна.

Підставивши чисельні значення, одержимо, що

$$f_1 = \frac{1}{e^{\frac{-0,01 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{1,38 \cdot 10^{-23}(27+273)}} + 1} = 0,595 \quad \text{і} \quad f_2 = \frac{1}{e^{\frac{-0,1 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{1,38 \cdot 10^{-23}(27+273)}} + 1} = 0,979.$$

Отже, за температури близької до кімнатної, енергетичні рівні з енергією меншої від енергії Фермі всього на 0,1 еВ практично повністю заселені.

Приклад 3. Електропровідність напівпровідників

Знайти енергію активації ΔW , що необхідна для утворення пари електрон – дірка в чистому напівпровіднику, якщо його опір змінюється в 10 разів при зміні його температури від $t_1 = +20^\circ \text{C}$ до $t_2 = -3^\circ \text{C}$.

Розв'язування

Відповідно до співвідношення (3.76) опір R напівпровідника прямо пропорційний його питомому опору ρ (коефіцієнт пропорційності z залежить від геометричних розмірів напівпровідника). Врахувавши зв'язок ρ з питомою електропровідністю γ (3.74) і експоненціальну залежність (7.4) γ чистого напівпровідника від температури, можна записати, що опори R_1 і R_2 напівпровідника при різних температурах визначаються виразами

$$R_1 = z\rho_1 = \frac{z}{\gamma_1} = \frac{z}{\gamma_0 e^{-\frac{\Delta W}{2kT_1}}} \quad \text{і} \quad R_2 = z\rho_2 = \frac{z}{\gamma_2} = \frac{z}{\gamma_0 e^{-\frac{\Delta W}{2kT_2}}},$$

де $T_1 = t_1 + 273$ і $T_2 = t_2 + 273$ – температури зразка по шкалі Кельвіна.

Розділивши другу рівність на першу ($R_2 > R_1$) і, прологарифмувавши результат, одержимо

$$\ln \frac{R_2}{R_1} = \frac{\Delta W}{2k} \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right),$$

звідки енергія активації

$$\Delta W = \frac{2k \ln \frac{R_2}{R_1}}{\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}} = \frac{2 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \ln 10}{\frac{1}{270} - \frac{1}{293}} = 2,18 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 1,36 \text{ еВ}.$$

Приклад 4. Фотопровідність напівпровідників

Енергія активації германію $\Delta W = 0,74$ еВ. Обчислити поріг чутливості за частотою і довжиною хвилі для германієвого фоторезистора. Чи буде чутливим цей фоторезистор до видимого світла?

Розв'язування

Частота світла $\nu_{\text{ч}}$, що відповідає червоній границі внутрішнього фотоефекту, зв'язана з шириною ΔW забороненої зони співвідношенням (7.7), з якого маємо

$$\nu_{\text{ч}} = \frac{\Delta W}{h} = \frac{0,74 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{6,626 \cdot 10^{-34}} = 1,79 \cdot 10^{14} \text{ Гц}.$$

Використавши зв'язок (5.42) довжини хвилі з частотою, знайдемо довжину хвилі $\lambda_{\text{ч}}$ червоної границі

$$\lambda_{\text{ч}} = \frac{c}{\nu_{\text{ч}}} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,79 \cdot 10^{14}} = 1,68 \cdot 10^{-6} \text{ м,}$$

де c - швидкість світла.

Висновок: фоторезистор з германію чутливий до видимого світла у всьому діапазоні довжин хвиль, тому що червона границя внутрішнього фотоефекту для германію перебуває в інфрачервоній області спектра.

ДОДАТОК

1. Основні фізичні константи (округлені дані)

№ n/n	Фізична константа	Позначення	Значення
1	Прискорення вільного падіння	g	9,81 м/с ²
2	Гравітаційна стала	G	$6,67 \cdot 10^{-11}$ м ³ /кг · с ²
3	Швидкість світла у вакуумі	c	$2,998 \cdot 10^8$ м/с
4	Стала Авогадро	N_A	$6,02 \cdot 10^{23}$ моль ⁻¹
5	Універсальна газова стала	R	8,31 Дж/моль · К
6	Стала Больцмана	k	$1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К
7	Елементарний заряд	e	$1,60 \cdot 10^{-19}$ Кл
8	Стала Планка	h	$6,626 \cdot 10^{-34}$ Дж · с
9	Маса спокою електрона	m_e	$9,109 \cdot 10^{-31}$ кг
10	Маса спокою протона	m_p	$1,6725 \cdot 10^{-27}$ кг
11	Маса спокою нейтрона	m_n	$1,6748 \cdot 10^{-27}$ кг
12	Атомна одиниця маси	а.о.м.	$1,6597 \cdot 10^{-27}$ кг
13	Електрична стала	ϵ_0	$8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м
14	Магнітна стала	μ_0	$12,56 \cdot 10^{-7}$ Гн/м

2. Показники заломлення

Матеріал	n	Матеріал	n
Алмаз	2,42	Сірквуглець	1,63
Вода	1,33	Скипідар	1,48
Лід	1,31	Скло	1,5-1,9

3. Робота виходу електронів з металу, eВ

Метал	A	Метал	A
W	4,5	Ag	4,74
W+Cs	1,6	Li	2,4
W+Th	2,63	Na	2,3
Pt+Cs	1,40	K	2,0
Pt	5,3	Cs	1,9

4. Маса деяких ізотопів, а. о. м.

<i>Ізотоп</i>	<i>Маса</i>	<i>Ізотоп</i>	<i>Маса</i>	<i>Ізотоп</i>	<i>Маса</i>
${}_1H^1$	1,00783	${}_4Be^9$	9,01218	${}_{14}Si^{30}$	29,97377
${}_1H^2$	2,01410	${}_5B^{10}$	10,01294	${}_{20}Ca^{40}$	39,96257
${}_1H^3$	3,01605	${}_6C^{12}$	12,0	${}_{27}Co^{56}$	55,93984
${}_2He^3$	3,01603	${}_7N^{13}$	13,00574	${}_{29}Cu^{63}$	62,92960
${}_2He^4$	4,00260	${}_7N^{14}$	14,00307	${}_{48}Cd^{112}$	111,90276
${}_3Li^6$	6,01512	${}_8O^{17}$	16,99913	${}_{80}Hg^{200}$	199,96832
${}_3Li^7$	7,01693	${}_{12}Mg^{23}$	22,99413	${}_{92}U^{235}$	235,04393
${}_4Be^7$	7,01693	${}_{12}Mg^{24}$	23,98504	${}_{92}U^{238}$	238,05353
${}_4Be^8$	8,00531	${}_{13}Al^{27}$	26,98154		

5. Періоди напіврозпаду деяких радіоактивних елементів

<i>Елемент</i>	<i>T</i>	<i>Елемент</i>	<i>T</i>
${}_{20}Ca^{45}$	164 доби	${}_{88}Ra^{226}$	1590 років
${}_{38}Sr^{90}$	28 років	${}_{92}U^{235}$	$7,1 \cdot 10^8$ років
${}_{84}Po^{210}$	138 діб	${}_{92}U^{238}$	$4,5 \cdot 10^9$ років
${}_{86}Rn^{222}$	3,82 доби		

6. Множники і префікси для утворення кратних і частинних одиниць та їх найменування

<i>№ п/п</i>	<i>Префікс</i>		<i>Множник</i>	<i>№ п/п</i>	<i>Префікс</i>		<i>Множник</i>
	<i>назва</i>	<i>Позна- чення</i>			<i>назва</i>	<i>Позна- чення</i>	
1	екса	Е	10^{18}	9	деци	д	10^{-1}
2	пета	П	10^{15}	10	санти	с	10^{-2}
3	тера	Т	10^{12}	11	мілі	м	10^{-3}
4	гіга	Г	10^9	12	мікро	мк	10^{-6}
5	мега	М	10^6	13	нано	н	10^{-9}
6	кіло	к	10^3	14	піко	п	10^{-12}
7	гекто	г	10^2	15	фемто	ф	10^{-15}
8	дека	да	10^1	16	ато	а	10^{-18}

7. Грецька абетка

<i>№ п/п</i>	<i>Позначення літер</i>	<i>Назва літер</i>	<i>№ п/п</i>	<i>Позначення літер</i>	<i>Назва літер</i>
1	A, α	альфа	13	N, ν	ню
2	B, β	бета	14	Ξ, ξ	ксі
3	Γ, γ	гамма	15	O, ο	омікрон
4	Δ, δ	дельта	16	Π, π	пі
5	E, ε	епсилон	17	P, ρ	ро
6	Z, ζ	дзета	18	Σ, σ	сигма
7	H, η	ета	19	T, τ	тау
8	Θ, θ	тета	20	Υ, υ	іпсилон
9	I, ι	йота	21	Φ, φ	фі
10	K, κ	каппа	22	X, χ	хі
11	Λ, λ	лямбда	23	Ψ, ψ	псі
12	M, μ	мю	24	Ω, ω	омега

ЛІТЕРАТУРА

1. Кучерук І.М. та ін. Загальний курс фізики. Т. 1-3. – Київ: Техніка, 1999.
2. Горбачук І.Т. Загальна фізика (збірник задач). – Київ: Вища школа, 1993.
3. Савельєв И. В. Курс общей физики. Т. 1-4. – М.: КноРус, 2009.
4. Яворский Б.М., Детлаф А.А., Лебедев А.К. Справочник по физике. – М.: Мир и образование., 2006.
5. Физическая энциклопедия. Под ред. А.М. Прохорова, – М.: Советская энциклопедия, 1988.

Навчальне видання

ФІЗИКА

**Розділи: МАГНІТНЕ ПОЛЕ. ЕЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ.
КОЛИВАННЯ, ХВИЛІ І ХВИЛЬОВІ ЯВИЩА.
ЕЛЕМЕНТИ КВАНТОВОЇ МЕХАНІКИ.
ФІЗИКА АТОМА І АТОМНОГО ЯДРА.
ЕЛЕМЕНТИ ФІЗИКИ ТВЕРДОГО ТІЛА**

Довідник

Підписано до друку 25.07.17 . Формат 60x84/16.
Папір 80 г/м². Ум.друк. арк. 5,8
Тираж 300 прим. Вид. № 22/18.

Сектор редакційно-видавничої діяльності
Національного університету цивільного захисту України
61023, м. Харків, вул. Чернишевська, 94

www.nuczu.edu.ua