УДК 351.861

Мищенко И.В., канд. техн. наук, доц., НУГЗУ

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ НАДЕЖНОСТИ ОБЪЕКТОВ ПОВЫШЕННОЙ ОПАСНОСТИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ОДНОМЕРНЫХ МАРКОВСКИХ МОДЕЛЕЙ

(представлено д-ром техн. наук Комяк В.М.)

Рассматривается задача определения показателей надежности элементов конструкций с использованием одномерных марковских моделей с целью предотвращения аварийных ситуаций на объектах повышенной опасности

Ключевые слова: надежность, накопление повреждений, усталость, марковские модели

Постановка проблемы. При внешнем случайном воздействии в различных элементах конструкции происходит накопление усталостных повреждений, что приводит к возникновению трещин, дальнейшему их развитию и последующему разрушению или отказу. При решении большинства задач надежности с использованием различных моделей накопления повреждений (линейной, автомодельной и нелинейной) используется аппарат двумерных марковских процессов. В то же время, при выполнении соответствующих временных условий можно использовать одномерные марковские модели для решения указанных задач.

Анализ последних исследований и публикаций. Кинетические уравнения, описывающие скорость накопления повреждений, классифицируются в зависимости от модели, заложенной в них: линейной, нелинейной, а также отражающей принцип автомодельности накопления повреждений [1]. Рассмотрение меры повреждения как компоненты марковского процесса позволяет использовать аппарат марковских процессов при решении задачи надежности для элементов конструкций при циклическом нагружении [2,3], общая постановка задачи надежности с учетом внешнего случайного воздействия приводится в работе [4]. Вышесказанное позволяет использовать указанный подход при решении задачи надежности объектов повышенной опасности для различных физических моделей отказов.

Постановка задачи и ее решение. Рассматривается задача определения показателей надежности с использованием аппарата одномерных марковских процессов и кинетических уравнений для меры накопления повреждений и скорости распространения трещин в конструкциях, разрушения (отказы) в которых приводят к возникновению чрезвычайных ситуаций, при внешнем случайном воздействии. К таким конструкциям можно отнести, например, объекты энергетического комплекса, транспортные средства, различные сооружения.

При постепенных отказах в качестве компонент вектора параметров работоспособности $z(t)$ удобно взять меры повреждений в заданных точках конструкции, соответствующие различным моделям постепенных отказов. Причем, каждая мера повреждений $z(t)$, как правило, нормируется $0 \le z(t) \le 1$. В начальный момент времени $z(0) = 0$, а в момент разрушения $t = t_*$ $z(t_*) = 1$. Кинетические уравнения повреждений, описывающие процесс накопления повреждений при постепенных отказах механического происхождения, в самом общем виде можно представить [1]

$$dz(t) / dt = F\left[z(t), \lambda(t), \mathbf{R}(t), \mathbf{C}(t)\right], \tag{1}$$

где $z(t)$ - мера повреждений; $F[\cdot]$ - детерминированная неотрицательная для кумулятивных моделей отказов скалярная линейная или нелинейная функция; $\lambda(t)$ - амплитудное значение параметра напряженно-деформированного состояния при простом гармоническом нагружении; $\mathbf{R}(t)$ - вектор параметров базовых зависимостей; $\mathbf{C}(t)$ - вектор параметров, характеризующих влияние внешней среды.

Кинетические уравнения (1) можно классифицировать в зависимости от заложенной в них модели: линейной, нелинейной, автомодельной и т.д. [1].

Для класса постепенных отказов, происходящих в элементах конструкций вследствие нарушения усталостной прочности, процесс накопления повреждений от z_0 до 1 находится в интервале 10^2-10^7 циклов, охватывая области мало- и многоцикловой усталости. Такой значительный временной диапазон является следствием малой скорости изменения $z(t)$ в единицу времени. Напротив, скорость изменения амплитуды $\lambda(t)$ эквивалентного узкополосного процесса $y(t)$ определяется скоростью изменения этого процесса и лежит в диапазоне десятков-сотен циклов. В этом случае процесс $z(t)$, скорость которого описывается уравнением (1), можно считать приближенно одномерным марковским для временных интервалов t порядка Δt $(t \geq \Delta t)$, если величина Δt удовлетворяет неравенствам [2]

$$\tau_C >> \Delta t >> \tau_{\text{К}}, \tag{2}$$

где τ_C - постоянная времени системы, значительно превосходящая 10^7 циклов, $\tau_{\text{К}}$ - время корреляции $\lambda(t)$, имеющее порядок десятков циклов. Вследствие этого, выполнение левой части неравенства (2) не вызывает сомнений, в то время как выполнение правой части требует проверки в каждом конкретном случае. Приведенные доводы о возможности рассмотрения процесса накопления повреждений как марковского носят качественный характер, строгое доказательство этого утверждения представляет сложную проблему.

Рассмотрение процесса накопления повреждений как одномерного марковского при условии выполнения (2) позволяет для получения плотности вероятности $f(z,t)$ использовать уравнение Фоккера-Планка Колмогорова

$$\frac{\partial f(z,t)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial z}\left[\mathrm{A}(z) f(z,t)\right] + \frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial z^2}\left[\mathrm{B}(z) f(z,t)\right]. \tag{3}$$

Граничные и начальные условия для уравнения (3) формулируются исходя из физического смысла $z(t)$ и общих свойств плотности вероятности

$$\lim_{z \to 0,\infty} f(z,t) = 0, \ \lim_{t \to 0} f(z,t) = \delta(z - z_{\text{О}}), \tag{4}$$

($z_{\text{О}}$ - начальная повреждаемость).

Коэффициенты $\mathrm{A}(z)$, $\mathrm{B}(z)$ уравнения (3) определяются в соответствии со стохастическим дифференциальным уравнением (1) при условии взаимной временной симметрии функции $F[\cdot]$ и стационарности процесса $y(t)$ по формулам [2]

$$\mathrm{A}(z) = \langle F \rangle + \frac{1}{4}\frac{d\mathrm{B}(z)}{dz} = \int_{0}^{\infty} F[\cdot] f(\lambda) d\lambda + \frac{1}{4}\frac{d\mathrm{B}(z)}{dz}, \tag{5}$$

$$\mathrm{B}(z) = 2\int_{0}^{\infty} \left\langle \bar{F}\left[z, \lambda(t), R(t), C(t)\right] \cdot \bar{F}\left[z, \lambda(t+\tau), R(t), C(t)\right] \right\rangle d\tau =$$

$$= 2\int_{0}^{\infty} \mathrm{K}_{FF}(\tau) d\tau, \tag{6}$$

где $\langle F \rangle$ - среднее значение функции $F[\cdot]$, вычисленное при условии $z(t) = const$, $\bar{F} = F - \langle F \rangle$ - центрированная функция, $\mathrm{K}_{FF}(\tau)$ - корреляционная функция $F[\cdot]$. Вводя обозначение $\mathrm{A}^*(z) = \int_{0}^{\infty} F[\cdot] f(\lambda) d\lambda$, представим (5) в виде $\mathrm{A}(z) = \mathrm{A}^*(z) + \frac{1}{4}\frac{dB(z)}{dz}$.

В качестве возможных начальных плотностей $f(z, t=0)$, помимо указанной дельта-функции (4), можно использовать соответственно равномерное распределение и нормальный закон

$$f(z,0) = \frac{1}{z_2 - z_1}, \tag{7}$$

$$f(z,0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{Z_0}^2}} \exp\left\{-\frac{(z - z_0)^2}{2\sigma_{Z_0}^2}\right\}, \tag{8}$$

где z_0, $\sigma_{Z_0}^2$ - математическое ожидание и дисперсия начальной повреждаемости при $t = 0$. Несмотря на использование различных начальных приближений (4), (7), (8), с увеличением времени t плотность $f(z,t)$ стремится к нормальному закону, на временном интервале $t/\tau_K > 10^3$ происходит совпадение процесса нормализации плотности $f(z,t)$, а при $t/\tau_K > 10^4$ совпадение плотности вероятности $f(z,t)$ с нормальным законом достигает 98% и далее стремится к полному совпадению.

Таким образом, из решения уравнения (1), которое базируется на методе характеристических функций, с использованием различных начальных приближений можно определить одномерную плотность вероятности меры повреждений $f(z,t)$, по которой определяются все основные показатели надежности для кумулятивных моделей накопления повреждений: вероятность безотказной работы $P(t)$ и плотность вероятности отказов $q(t)$

$$P(t) = \int_{0}^{1} f(z,t)dz; \quad q(t) = -dP(t)/dt = -\int_{0}^{1} df(z,t)/dtdz, \tag{9}$$

среднее время m_T и дисперсию σ_T^2 времени до разрушения

$$m_T = \int_{0}^{\infty} tq(t)dt; \quad \sigma_T^2 = \int_{0}^{\infty} t^2 q(t)dt - m_T^2. \tag{10}$$

Выводы. В элементах конструкций, разрушения (отказы) в которых приводят к возникновению чрезвычайных ситуаций, происходит накопление повреждений, анализ которых и определение их уровня является необходимым при дальнейшей эксплуатации. В работе предложен подход к решению задачи надежности при транспортировке опасных грузов с использованием одномерных марковских моделей, позволяющий с достаточной для практических расчетов точностью получать плотности вероятности меры повреждений и длины трещины с использованием различных кинетических уравнений повреждений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Болотин В.В. Прогнозирование ресурса машин и конструкций / В.В.Болотин-М.: Машиностроение, 1984.-312 с.
2. Тихонов В.И. Миронов М.А. Марковские процессы. / В.И.Тихонов, М.А.Миронов.-М.: Сов. радио, 1977.-488 с.
3. Жовдак В.А. Прогнозирование надежности элементов конструкций с учетом технологических и эксплуатационных факторов / В.А.Жовдак, И.В.Мищенко-Харьков: ХГПУ, 1999.-120 с.

4. Мищенко И.В. Постановка задачи надежности при транспортировке опасных грузов с учетом внешнего случайного кинематического воздействия / И.В.Мищенко // Проблеми надзвичайних ситуацій. Зб. наук. пр. УЦЗ України. Вип. 5. – Харків: Фоліо, 2006.-С. 150-155.

Міщенко І.В.

Вирішення задачі надійності об'єктів підвищеної небезпеки з використанням одновимірних марковських моделей

Розглядається задача визначення показників надійності елементів конструкцій з використанням одновимірних марковських моделей з метою запобігання аварійних ситуацій на об'єктах підвищеної небезпеки

Ключові слова: надійність, накопичення пошкоджень, втомленість, марковські моделі

Mishchenko I.V.

Reliability problem decision for higher danger objects using the one-dimensional Markov's models

The structural elements reliability characteristics calculation problem using the one-dimensional Markov's models is investigated to prevent the emergency situations on the higher danger objects.

Key words: reliability, damage accumulation, fatigue, Markov's models