УДК 614.83

М.В. Чернобрывко, к.т.н., с.н.с., ИПМаш НАН Украины,
С.Д. Светличная, к.т.н., доцент, НУГЗУ

МОДЕЛИ ПРОЦЕССА РАЗРУШЕНИЯ СФЕРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ ПРИ ВНУТРЕННЕМ НАГРУЖЕНИИ

(представлено д.т.н. Абрамовым Ю.А.)

Моделируется разрушение изотропной тонкостенной сферической оболочки под действием внутренней импульсной нагрузки. Приводится модель для скорости разлета осколков. В качестве критерия разрушения принят динамический деформационный критерий.

Ключевые слова: импульсная нагрузка, динамическая прочность, критерий разрушения, сферическая оболочка.

Постановка проблемы. При аварийных ситуациях в промышленности возникает проблема ударно-волнового и осколочного поражения людей и промышленных объектов в результате взрывов газов, пыли, жидких и твердых взрывчатых веществ в оборудовании или на открытом пространстве. Чтобы избежать этого поражения, необходимо определить возможность разрушения оборудования и оценить скорость осколков, от которой зависит их поражающий эффект.

Анализ последних исследований и публикаций. Примеры подобных аварий приведены в работах [1-3]. В монографии [2] обобщены экспериментальные исследования и приведены упрощенные инженерные методики оценки последствий детонационных воздействий на элементы конструкций. Однако исследования деформирования материалов и элементов конструкций при высоких скоростях деформаций показали, что необходимо использовать нелинейные модели и динамические характеристики материала [4, 5].

Постановка задачи и ее решение. Рассматривается тонкостенная сферическая оболочка под действием внутреннего импульсного давления. Необходимо определить модель процесса разрушения оболочки и начальную скорость осколков.

Уравнение движения оболочки в упругой стадии имеет вид [4]

$$u''(t) + \omega^2 u(t) = \frac{1}{\rho h_0} p(t);$$

$$\omega^2 = \frac{2E}{(1-\mu)} \cdot \frac{1}{\rho r_{0}{}^{2}},$$

где u(t) – радиальное перемещение сферической оболочки в момент времени t; ω – собственная частота колебаний оболочки; ρ – плотность материала оболочки; E – модуль упругости; μ – коэффициент Пуассона; r_0 – радиус срединной поверхности оболочки в начальный момент времени; h_0 – толщина сферической оболочки в начальный момент времени; p(t) – внутреннее давление.

Если динамическая нагрузка p(t) является импульсной, то на деформацию оболочки влияет лишь величина импульса давления [4]

$$i = \int_0^{\tau} p(t)dt,$$

где τ– время действия импульсного давления.

В этом случае уравнение движения оболочки и начальные условия имеют вид

$$u''(t) + \omega^2 u(t) = 0;$$

$$u(0) = 0; \quad u'(0) = \frac{i}{\rho h_0}.$$

Решение данной задачи определяется выражением

$$u(t) = \frac{i}{\rho h_0 \omega} \sin \omega t. \quad (1)$$

Выражение для скорости сферической оболочки записывается в виде

$$v(t) = u'(t) = \frac{i}{\rho h_0} \cos \omega t. \quad (2)$$

Оболочка находится в упругой стадии при условии [5]

$$\sigma_i(t) < \sigma_T^Д,$$

где $\sigma_i(t) = \frac{E}{1-\mu} \cdot \frac{u(t)}{r_0}$ – интенсивность напряжений; $\sigma_T^Д$ – динамический предел текучести материала оболочки.

При выполнении условия $\sigma_i(t) \geq \sigma_T^Д$ материал оболочки переходит в пластическое состояние. Для оценки динамического предела текучести можно использовать соотношение [5]

$$\sigma_T^Д = \sigma_T \left[1 + \left(\frac{e_i(t)}{D} \right)^{\frac{1}{n}} \right],$$

где σ_T – статический предел текучести; $e_i(t) = \frac{2}{3} \cdot \frac{u'(t)}{r_0}$ – интенсивность скоростей деформаций; n, D – характеристики скоростного упрочнения материала.

Если возможны пластические деформации, то время окончания упругой стадии работы оболочки определяется из уравнения

$$\sigma_i(t) = \sigma_T^Д .$$

Таким образом, в соответствии с вышеприведенными формулами уравнение для определения времени t_1 окончания упругой стадии работы оболочки имеет вид

$$\frac{E}{(1-\mu)} \cdot \frac{i}{\rho h_0 r_0 \omega} \sin \omega t_1 = \sigma_T \left[1 + \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{i}{\rho h_0 r_0 D} \cos \omega t_1 \right)^{\frac{1}{n}} \right].$$

Уравнение движения оболочки в пластической стадии и начальные условия записываются в следующем виде [5]

$$u''(t) + \frac{2\sigma_T^Д}{\rho r_0} = 0; \quad (3)$$

$$u(0) = u_1; \;\; u'(0) = v_1, \quad (4)$$

где u_1 и v_1 – соответственно перемещение и скорость оболочки в конце упругой стадии, определяемые соотношениями (1) – (2).

Решая дифференциальное уравнение (3) с учетом начальных условий (4), получаем выражения для перемещения и скорости оболочки в пластической стадии

$$u(t) = -\frac{2\sigma_T^Д}{\rho r_0} \cdot t^2 + v_1 \cdot t + u_1;$$

$$v(t) = -\frac{2\sigma_T^Д}{\rho r_0} \cdot t + v_1 . \quad (5)$$

В качестве критерия разрушения оболочки примем деформационный критерий [4]

$$\varepsilon_i^p(t) = [\varepsilon],$$

где $\varepsilon_i^p(t) = \frac{2}{3}\frac{1}{r_0}\left(-\frac{2\sigma_T^Д}{\rho r_0} t^2 + v_1 t + u_1 \right)$ – интенсивность деформаций в пластической стадии; $[\varepsilon]$ – предельное значение деформации растяжения перед разрушением, получаемой при статических испытаниях на растяжение.

Таким образом, момент времени начала разрушения оболочки t_2 можно найти, решая следующее уравнение

$$\frac{2}{3}\frac{1}{r_0} \cdot \left(-\frac{2\sigma_T^Д}{\rho r_0} \cdot t_2^2 + v_1 \cdot t_2 + u_1 \right) = [\varepsilon] .$$

Тогда начальная скорость осколков будет определяться в соответствии с (5) следующим выражением

$$W_0 = -\frac{2\sigma_T^Д}{\rho r_0} \cdot t_2 + v_1 .$$

Выводы. Изложен метод оценки начальной скорости осколков, образующихся при разрушении сферической оболочки под действием внутреннего импульсного нагружения. Учитываются упругая и пластическая стадии деформирования оболочки, а также скорость деформирования материала оболочки. В качестве критерия разрушения принимается достижение оболочкой предельно допустимых деформаций.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бесчастнов М.В. Промышленные взрывы. Оценка и предупреждение / М. В. Бесчастнов. – М.: Химия, 1991. – 432 с.

2. Бейкер У. Взрывные явления. Оценка и их последствия / У. Бейкер, П. Кокс. – М.: Мир, 1986. – Кн. 1. – 319 с. – Кн. 2. – 384 с.

3. Чернобрывко М.В. Моделирование деформации и разрушения элемента здания при ударно-волновой нагрузке / М.В. Чернобрывко,

С.Д. Светличная // Проблеми надзвичайних ситуацій. – 2015. – Вип. 21. – С. 127-131. – [Электронный ресурс] // Режим доступа: http://nuczu.edu.ua/ukr/science/y_pns/y_pns_archive/y_pns_ar37.

4. Писаренко Г.С. Деформации и напряжения в материалах при скоростном деформировании / Г.С. Писаренко, А.А. Лебедев. – К.: Наук. думка, 1976. – 187 с.

5. Воробьев Ю.С. Скоростное деформирование элементов конструкций / Ю.С. Воробьев, А.В. Колодяжный, В.И. Севрюков, Е.Г. Янютин. – К.: Наук. думка, 1989. – 192 с.

Получено редколлегией 13.03.2017

М.В. Чернобривко, С.Д. Світлична

Моделі процесу руйнування сферичної оболонки при внутрішньому навантаженні

Моделюється руйнування ізотропної тонкостінної сферичної оболонки під дією внутрішнього імпульсного навантаження. Наводиться модель для швидкості розльоту осколків. Як критерій руйнування прийнятий динамічний деформаційний критерій.

Ключові слова: імпульсне навантаження, динамічна міцність, критерій руйнування, сферична оболонка.

M.V. Chernobryvko, S.D. Svetlichna

Process models of spherical shell fracture with internal loading

The destruction of isotropic thin-walled spherical shell under the influence of inner impulse load is simulated. The process model of the speed of separation of fragments is adduced. The dynamic deformation criterion is adopted as the fracture criterion.

Keywords: impulsive loading, dynamic strength, fracture criterion, spherical shell.