

С.В. Поздеев, к. т. н., доц., нач. каф. АПБ им. Героев Чернобыля

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ЖЕЛЕЗОБЕТОННОЙ БАЛКИ ПРИ ПОЖАРЕ

(представлено д-ром техн. наук Абрамовим Ю.О.)

В статье приведены результаты математического моделирования поведения железобетонной балки во время пожара со стандартным температурным режимом с помощью метода конечных элементов. Математическое моделирование проведено на основе базовых данных, которые отображены в современных нормативных документах.

Ключевые слова: математическое моделирование, огнестойкость, железобетонная балка, метод конечных элементов.

Постановка проблемы В связи с увеличением количества пожаров и других чрезвычайных ситуаций, которые могут стать причиной пожара или являются их следствием, актуальными являются задачи совершенствования методов определения огнестойкости железобетонных строительных конструкций, основанных на математическом и компьютерном моделировании. Важность этих задач также обуславливается отсутствием достаточного испытательного обеспечения лабораторий, трудоемкостью и высокой стоимостью огневых испытаний железобетонных строительных конструкций.

Применение методов математического моделирования для исследования поведения элементов железобетонных конструкций при пожаре связано с большими трудностями вследствие неоднородности свойств железобетона, а также ярко выраженной нелинейности процессов, происходящих при его высокотемпературном нагреве. Данной проблеме посвящены многочисленные публикации [1 – 3], но, не смотря на большой объем научных исследований в данной области, большее количество работ посвящены вопросам теплообмена, в то же время, механическая реакция железобетона на температурное воздействие исследована в меньшей степени и требует своего раскрытия с применением новейших средств математического и компьютерного моделирования.

Математическое моделирование механической реакции нагруженных элементов железобетонных конструкций на тепловое воздействие пожара основано на комплексном решении уравнений в частных производных типа уравнения теплопроводности и полной системы уравнений напряженно-деформированного состояния (НДС)

твердого тела. Для решения данных уравнений наиболее эффективным является метод конечных элементов (МКЭ), поскольку он является универсальным, а алгоритмы его численной реализации очень хорошо отработаны и позволяют учесть все значимые особенности поведения железобетона при комбинированном действии высокотемпературного нагрева и механических нагрузок. Кроме этого, данные алгоритмы применяются в универсальных компьютерных МКЭ-системах типа ANSYS, COSMOS, ABAQUS, ЛИРА и др., в которых реализованы наиболее эффективные математические модели поведения материалов, учитывающие обширный опыт зарубежных и отечественных исследователей.

Также важным представляется вопрос корректного применения математических моделей материалов и расчетных методик, описанных в нормативной документации. Развитию математических моделей механических и теплофизических свойств материалов посвящено большое количество работ [1 – 3]. Тем не менее, в нормативных документах, например [4, 5], даны четкие расчетные методики и математические модели свойств материалов, что обуславливает необходимость их применения для расчетов пределов огнестойкости железобетонных конструкций проектируемых зданий на практике. В связи с этим достаточно важным является развитие методологии для решения практических проектных задач, основанной на базовых нормативных документах с применением уточненных методов.

Анализ последних исследований и публикаций. Результатами исследований многочисленных работ [1 – 5] устанавливаются различные математические модели поведения бетона и арматурной стали в условиях нагрева при пожаре. Сравнительный анализ данных моделей показал их существенное различие. Поэтому для построения математической модели железобетонной балки во время пожара были выбраны математические модели, описанные в нормах [4, 5]. Анализ подходов в данных источниках позволил сформулировать основные предпосылки и допущения, которые в общем виде можно сформулировать в таком виде:

1. Математическая модель температурной и механической реакции на тепловое воздействие пожара описывается при помощи уравнения теплопроводности и системы дифференциальных уравнений НДС твердого тела при их численной реализации на базе МКЭ.

2. Для решения теплотехнической задачи используется нестационарное двумерное квазилинейное уравнение теплопроводности с эффективными теплофизическими характеристиками (ТФХ) бетона и арматурной стали согласно нормативным документам [4, 5] в допущении, что НДС на них не влияет.

3. Учитывается возможность трещинообразования в бетоне при

растяжении, а при сжатии поведение бетона имеет нелинейный характер с учетом ниспадающей ветви диаграммы деформирования, характер которой зависит от температуры.

4. Трещинообразование в бетоне определяется соответствующей теорией прочности бетона.

5. Поведение арматурной стали одинаково для сжатия и для растяжения и имеет нелинейный характер с учетом ниспадающей ветви диаграммы деформирования, зависящей от температуры.

6. Температурная деформация определяется с учетом температурной усадки.

7. Состояние тотального разрушения элемента железобетонной конструкции определяется критическими пластическими деформациями.

Постановка задачи и ее решение. В нормативных документах [4, 5] описаны математические модели температурной реакции на тепловое воздействие пожара основанные на использовании нестационарного двумерного уравнения теплопроводности в виде:

$$c_p(T)\rho(T)\frac{\partial T}{\partial t} = \nabla(\lambda(T)\nabla T), \quad (1)$$

с граничными условиями (ГУ) III рода в виде:

$$-\lambda(T)\frac{\partial T}{\partial r} = \alpha(T_p - T_w) + \varepsilon\sigma(T_p^4 - T_w^4). \quad (2)$$

Температура пожара определяется стандартной температурной кривой.

Эффективные ТФХ определяются согласно табл. 1

Таблица 1 – Теплофизические характеристики бетона

Зависимости ТФХ от температуры		Источник
Коэффициент теплопроводности $\lambda(T)$, Вт/(м·°С)	Объемная теплоемкость $c_p(T)\cdot\rho$, Дж/(м ³ ·°С)	
в. гр. $2 - 0,2451 \frac{T}{100} + 0,0107 \left(\frac{T}{100}\right)^2$ н. гр. $1,36 - 0,136 \frac{T}{100} + 0,0057 \left(\frac{T}{100}\right)^2$	$\rho(T)\cdot 900$ при $20\text{ °С} \leq \theta \leq 100\text{ °С}$, $\rho(T)(900 + (T - 100))$ при $100\text{ °С} < T \leq 200\text{ °С}$, $\rho(T)\left(1000 + \frac{T - 200}{2}\right)$ при $200\text{ °С} < T \leq 400\text{ °С}$, $\rho(T)\cdot 1100$ при $400\text{ °С} < T \leq 1200\text{ °С}$	[4]
$1,2 - 0,00035\cdot T$	$2300(710 + 0,83\cdot T)$	[5]

Плотность бетона согласно нормативу [4] изменяется по зависимостям, приведенным ниже.

$$\begin{aligned} \rho(T) &= \rho(20\text{ }^\circ\text{C}) = 2300\text{ кг/м}^3 && \text{для } 20\text{ }^\circ\text{C} \leq T \leq 115\text{ }^\circ\text{C} \\ \rho(T) &= \rho(20\text{ }^\circ\text{C}) \cdot (1 - 0,02(T - 115)/85) && \text{для } 115\text{ }^\circ\text{C} < T \leq 200\text{ }^\circ\text{C} \\ \rho(T) &= \rho(20\text{ }^\circ\text{C}) \cdot (0,98 - 0,03(T - 200)/200) && \text{для } 200\text{ }^\circ\text{C} < T \leq 400\text{ }^\circ\text{C} \\ \rho(T) &= \rho(20\text{ }^\circ\text{C}) \cdot (0,95 - 0,07(T - 400)/800) && \text{для } 400\text{ }^\circ\text{C} < T \leq 1200\text{ }^\circ\text{C} \end{aligned} \quad (3)$$

Параметры ГУ определяются по табл. 2.

Таблица 2 – Параметры ГУ теплотехнической задачи

№, п/п	Параметр ГУ	Значение	Источник
Коэффициент конвективного теплообмена, Вт/(м ² ·К):			
1.	обогреваемая поверхность –	25	[4]
	необогреваемая поверхность –	9	
2.	обогреваемая поверхность –	29	[2]
	необогреваемая поверхность –	6	
Параметры радиационного теплообмена			
3.	Степень черноты	0.85	[2]
4.	Постоянная Стефана – Больцмана, Вт/(м ² К)	5.86·10 ⁻⁸	[2]

НДС железобетона описывается системой дифференциальных уравнений НДС, известных из теории упругости, имеющих вид [6]:
уравнения статического равновесия:

$$D^T \sigma + \bar{p} = 0; \quad (4)$$

уравнения преобразования вектора напряжений к вектору напряжений, действующих на нормальной площадке и граничные условия на поверхности массива:

$$q = T_n^T \sigma, q|_{S_q} = \bar{q}; \quad (5)$$

кинематические уравнения совместности деформаций с граничными условиями на поверхности:

$$\varepsilon = Du + \varepsilon_t, u_{S_u} = \bar{u}; \quad (6)$$

уравнение состояния:

$$\sigma = E(\varepsilon + \varepsilon_t) + \sigma_0. \quad (7)$$

В данные уравнения входят следующие параметры:

$$D^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial z} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \quad - \text{ матрица дифференциального}$$

оператора;

$\bar{\sigma} = (\sigma_x \sigma_y \sigma_z \tau_{xy} \tau_{yz} \tau_{zx})^T$ – вектор напряжений;

$\bar{p} = (X \ Y \ Z)^T$ – вектор объемных сил;

$\bar{\sigma} = (\sigma_x \sigma_y \sigma_z \tau_{xy} \tau_{yz} \tau_{zx})^T$ – вектор напряжений;

$\bar{\varepsilon} = (\varepsilon_x \varepsilon_y \varepsilon_z \gamma_{xy} \gamma_{yz} \gamma_{zx})^T$ – вектор деформаций;

E – матрица коэффициентов упругости;

$\bar{\varepsilon} = (\alpha_t \Gamma \ \alpha_t \Gamma \ \alpha_t \Gamma \ 0 \ 0 \ 0)^T$ – вектор температурных деформаций;

$$T_n^T = \begin{bmatrix} n_x & 0 & 0 & n_y & 0 & n_z \\ 0 & n_y & 0 & n_x & n_z & 0 \\ 0 & 0 & n_z & 0 & n_y & n_x \end{bmatrix} \quad - \text{ матрица направляющих косинусов к}$$

нормали заданной площадки;

σ_0 – вектор действующих напряжений при нагрузке согласно расчетной схеме конструкции;

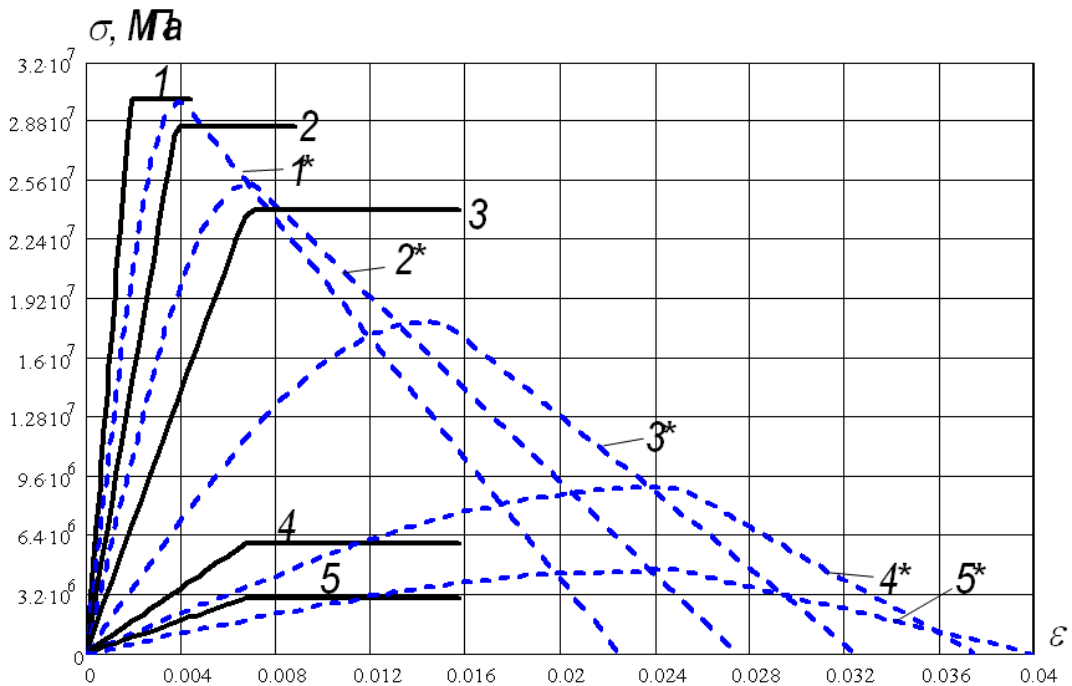


Рис 1 – Модели деформирования согласно СТБ 36554501-006-2006 и EN 1992-1-2:2005 Eurocode 2* при разных температурах нагрева для бетона марки В30: 1 – 100 °C, 2 – 300 °C, 3 – 500 °C, 4 – 700 °C, 5 – 800 °C

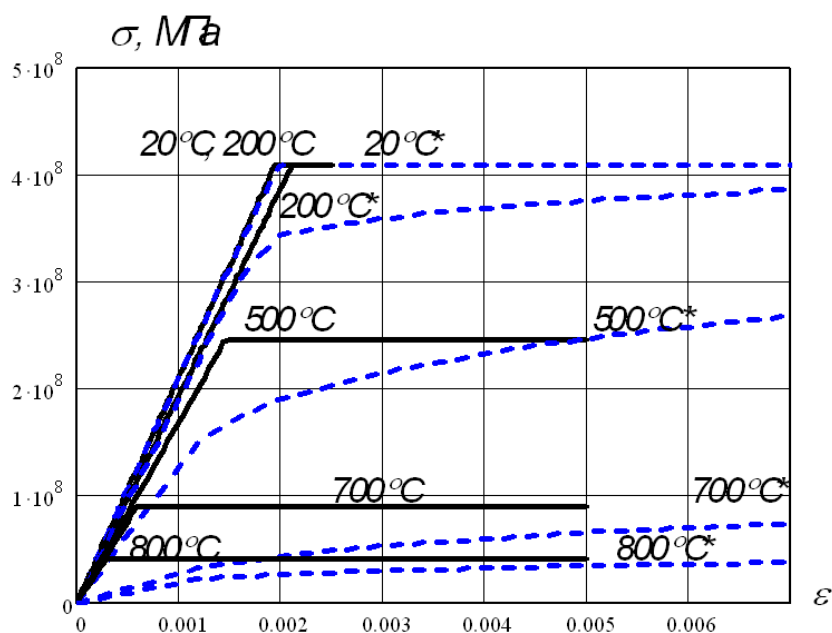


Рис. 2. – Модели деформирования согласно СТО 36554501-006-2006 и EN 1992-1-2:2005 Eurocode 2* при разных температурах нагрева для арматурной стали марки Ст. 3.

Для решения данной системы уравнений применяется МКЭ в комплексе с методом приближений Ньютона-Рафсона.

Для составления основных разрешающих уравнений для данной системы уравнений документами [4, 5] определяются законы деформирования для бетона и арматурной стали, которые показаны на рис. 1 и рис. 2.

Температурные зависимости предела прочности на растяжение бетона [4] показаны на рис. 3.

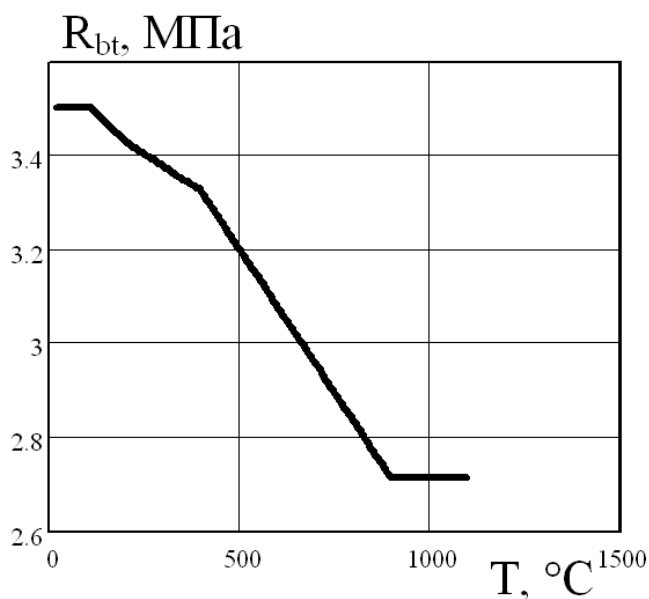


Рис. 3 – Изменение предела прочности бетона на растяжение

Температурные деформации с учетом температурной усадки показаны на рис. 4 и рис. 5.

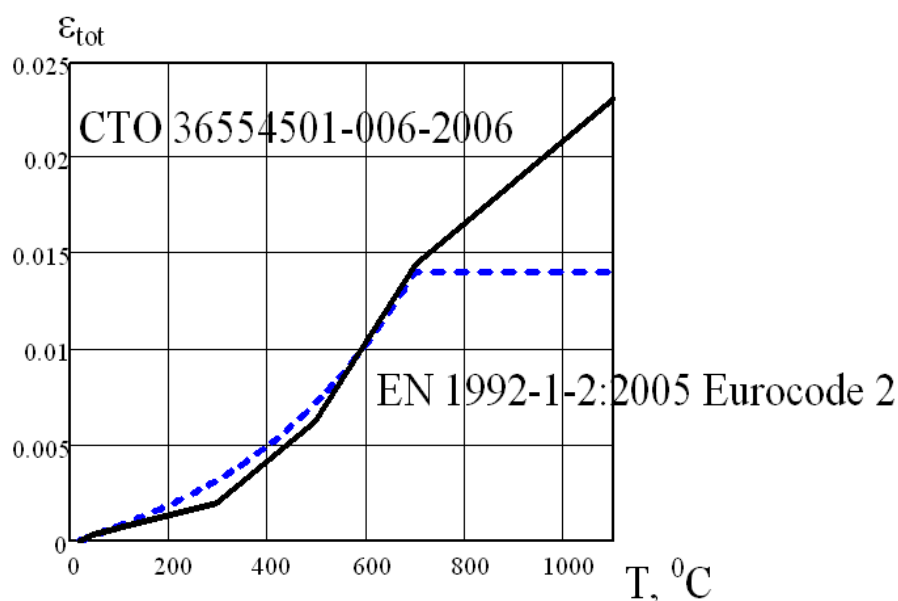


Рис. 4. – Модели температурных деформаций тяжелого бетона на гранитном заполнителе согласно СТО 36554501-006-2006 и EN 1992-1-2:2005 Eurocode 2

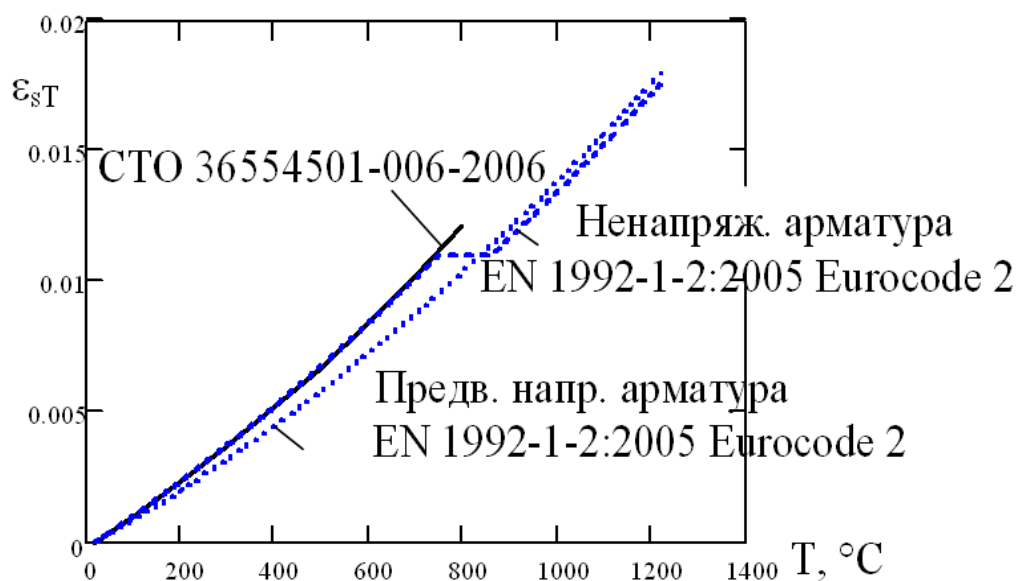


Рис. 5 – Модели температурных деформаций арматурной стали согласно СТО 36554501-006-2006 и EN 1992-1-2:2005 Eurocode 2

Для описания трещинообразования в конечном элементе (КЭ) применена теория прочности [7], которая прогнозирует разрушение хрупких материалов. При этом учитываются как механизмы трещинообразования, так и разрушения при дроблении.

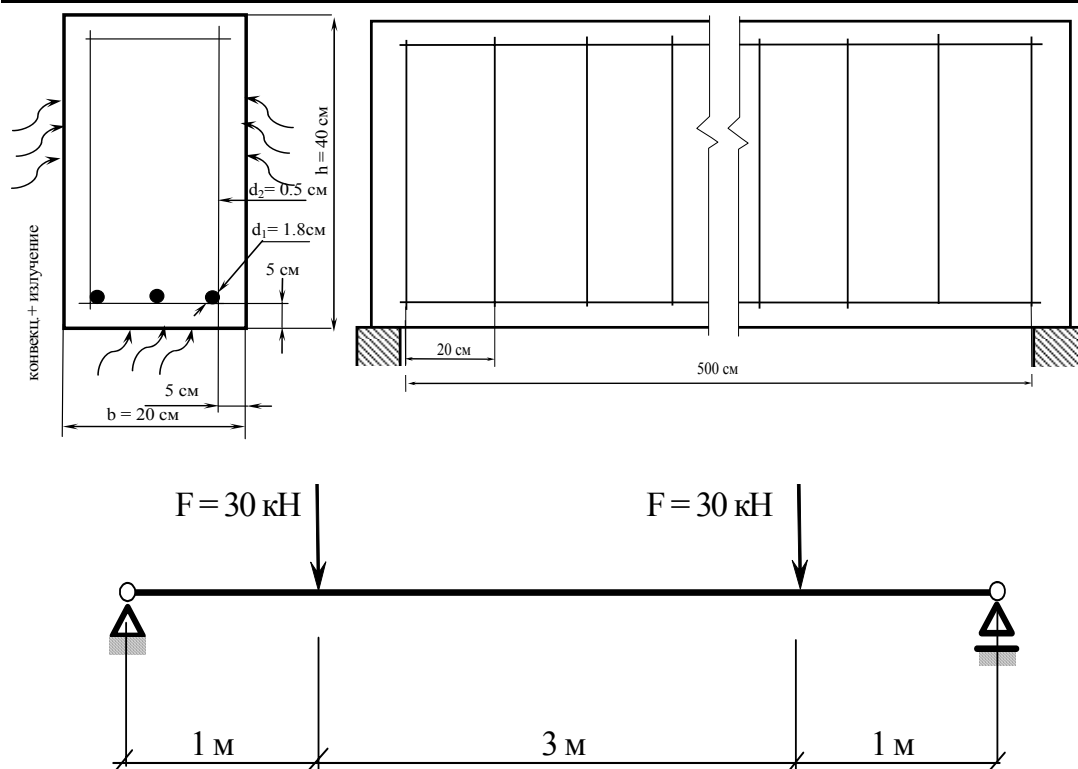


Рис. 6. – Расчетная схема железобетонной балки

Критерий разрушения бетона при сложном напряженном состоянии может быть выражен следующим образом:

$$F/R_b - S \geq 0, \quad (8)$$

где F – функция состояния главных напряжений ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$);

Если условие (8) не выполняется, то трещинообразование не происходит. При этом все напряженные состояния ограничиваются определенной поверхностью S , определяемой главными напряжениями и пятью прочностными параметрами $R_b, R_{bt}, R_{cb}, R_{cbt}$ и $R_{bt\sigma}$.

Согласно теории прочности Willam и Warnke [7] поверхность разрушения может быть задана с использованием пределов прочности на сжатие и на растяжение R_b, R_{bt} , остальные параметры можно определить по формулам:

$$R_{cbt} = 1.2R_b, R_{bt\sigma} = 1.45R_b, R_{cb} = 1.725R_b \quad (9)$$

Критерий прочности (8) является составным и поверхность разрушения строится на основе рассмотрения четырех возможных вариантов разрушения.

Для моделирования принята балка, которая показана на рис. 6, при пожаре обогреваемая с трех сторон

Прочностные характеристики бетона и арматуры собраны в табл. 3

Таблица 3 – Прочностные характеристики железобетона

№, п/п	Параметр	Значение
Прочностные характеристики бетона		
1.	Начальная прочность бетона на сжатие, МПа	31
2.	Начальная прочность бетона на растяжение, МПа	3.5
3.	Коэффициент передачи касательных напряжений через открытую трещину	0.3
4.	Коэффициент передачи касательных напряжений через закрытую трещину	1
Прочностные характеристики арматурной стали		
5.	Начальная прочность стали на сжатие, МПа	410
6.	Начальная прочность стали на растяжение, МПа	410
7.	Начальный модуль упругости, МПа	$2.1 \cdot 10^5$

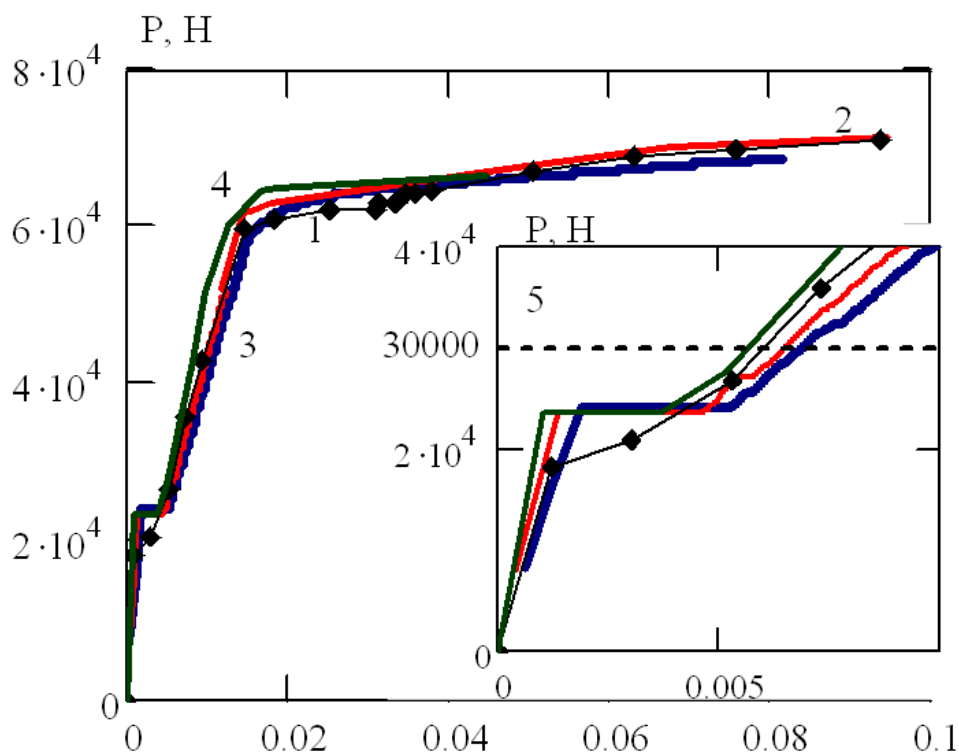


Рис. 7 – Сравнительный анализ математических моделей механических свойств при нагружении балки до ее разрушения: 1 – данные эксперимента, согласно [8], 2 – результаты расчета, проведенного в работе [8], 3 – результаты расчета, проведенного на основе [4], 4 – результаты расчета, проведенного на основе [5], 5 – величина силы, действующей на балку.

Задача решалась в два этапа. На первом этапе проводилась предварительная верификация модели при сравнении результатов экспериментов по испытанию железобетонной балки на изгиб с экспериментальными данными, приведенными в работе [7]. Для этого была смоделирована железобетонная балка с идентичной геометрией и начальными параметрами.

После верификации используемых математических моделей было проведено математическое моделирование поведения железобетонной балки во время пожара. При моделировании была воспроизведена история нагружения балки – сначала механическими, а потом температурными нагрузками. Моделирование производилось при помощи универсальной компьютерной МКЭ-системы ANSYS Multiphysics.

Результаты верификации математических моделей материалов по зависимости поперечной силы от максимального прогиба балки представлены на рис. 7.

Результаты расчета показали, что наиболее близкими к результатам эксперимента оказались данные, полученные на основе математических моделей свойств, указанных в нормах [4].

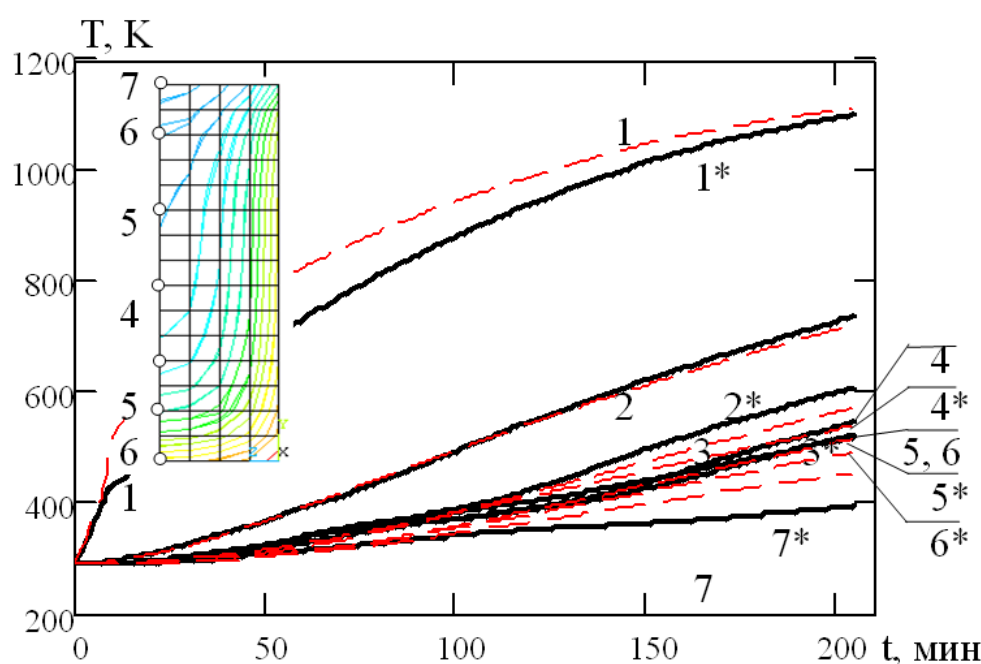


Рис. 8 – Зависимости температуры от времени, рассчитанные для внутренних узлов сечения по данным СТО 36554501-006-2006* и EN 1992-1-2:2005 Eurocode 2

При моделировании поведения железобетонной балки в качестве нагрузок используются температуры в узлах КЭ, полученные в результате решения теплотехнической задачи. Используя (1), (2) ТФХ табл. 1, с помощью МКЭ-системы ANSYS Multiphysics, была решена теплотехническая задача, результаты решения которой показаны на рис. 8.

Анализируя рис. 8 можно заметить, что данные рассчитанные по математическим моделям [4] более правдоподобны потому, что учитывают характерную особенность при нагреве, которая заключается в наличии участка с постоянной температурой в области 100 °С, связанной с испарением влаги в порах бетона.

При проведении моделирования поведения балки на первой стадии было рассчитано НДС железобетонной балки при действии механических нагрузок до уровня, ограниченного прямой 5, как показано на рис. 7. После, в качестве нагрузки узловые температуры, соответствующие определенному времени нагрева. Пошагово прикладывая температуру, получаем НДС в разные моменты времени воздействия пожара. Расчет прекращался при достижении критических пластических деформаций в арматуре или в при поверхностных сжатых слоях бетона. Кроме этого, вычислительный блок МКЭ-системы ANSYS прекращает вычисления, если система КЭ приобретает свойства геометрически изменяемой системы при постоянных нагрузках с появлением соответствующего сообщения. Результаты расчетов показаны на рис. 9.

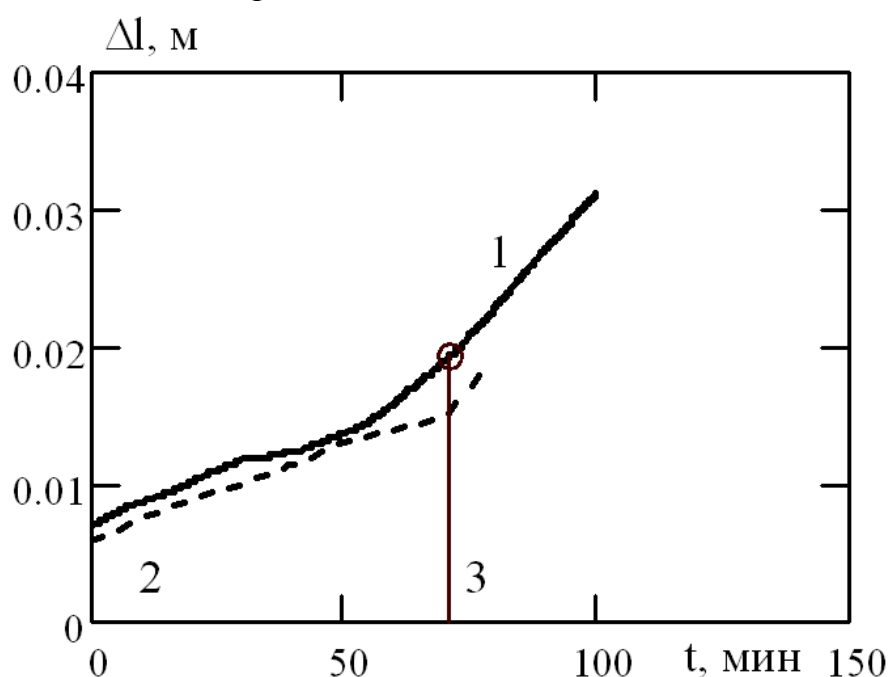


Рис. 9 – Зависимость максимального прогиба балки от времени воздействия пожара: 1 – кривая, соответствующая моделям материалов [4], 2 – кривая, соответствующая моделям материалов [5], 3 – предел огнестойкости, определенный по упрощенным методикам [5]

Анализ результатов расчета показывает, что предел огнестойкости раньше наступает при использовании данных норм [5].

Выводы. Данные исследований показывают эффективность использования уточненных методов на основе использования МКЭ. Также проведенный анализ результатов расчета показал, что при использовании математических моделей нормативных документов [4, 5] при уточненном расчете фактических пределов огнестойкости с помощью МКЭ результаты отличаются на величину близкую 20 ми-

нугам, а от результатов, полученным по упрощенным методикам на величину близкую 30 минутам. Таким образом, можно сделать вывод, что данные, полученные по нормам [5] могут давать завышенные результаты.

ЛИТЕРАТУРА

1. Милованов А.Ф. Стойкость железобетонных конструкций при пожаре/ А.Ф. Милованов – М.: Стройиздат, 1998. – 304 с.
2. Страхов В.Л. Огнезащита строительных конструкций / В.Л. Страхов, А.М. Крутов, Н.Ф. Давыдкин; под ред. Ю.А. Кошмарова. – М.: Информационно-издательский центр «ТИМР», 2000. – 433 с.
3. T.T. Lie. A Procedure to Calculate Fire Resistance of Structural Members: Materials of International Seminar on Three Decades of Structural Fire Safety, 22-23 February 1983. – pp.139-153.
4. Eurocode 2: Design of concrete structures Part 1-2: General rules - Structural fire design (EN 1992-1-2:2004), 2004. – 97 p.
5. Правила по обеспечению огнестойкости и огнесохранности железобетонных конструкций. (СТО 36554501-006-2006) 2006. – 95с.
6. Метод конечных элементов в механике твердого тела / [Сахаров В.С., Кислокий В.Н., Киричевский В.Р. и др.] – К.: Вища школа, 1982. – 480 с.
7. Anthony J. Wolanski. Flexural behavior of reinforced and prestressed concrete beams using finite element analysis. Milwaukee, Wisconsin. 2004. – 87 p.

С.В. Поздеев

Математичне моделювання напружено-деформованого стану залізобетонної балки при пожежі.

У статті наведені результати математичного моделювання поведінки залізобетонної балки під час пожежі із стандартним температурним режимом за допомогою методу кінцевих елементів. Математичне моделювання проведено на основі базових даних, що містяться у сучасних нормативних документах.

Ключові слова: Математичне моделювання, вогнестійкість, залізобетонна балка, метод кінцевих елементів.

S.V. Pozdeev

Mathematical modeling of deflected mode of reinforced concrete beam during the fire.

The results of mathematical modeling of reinforced concrete beam reaction during the fire with the standard temperature conditions with the help of finite elements method are brought. The mathematical modeling is carried out according to the reference data, which are represented in the contemporary normative documents.

Keywords: Mathematical modeling, fire-resistance, reinforced concrete beam, finite elements method.