

*А.Е. Басманов, д.т.н., профессор, гл. науч. сотр., НУГЗУ,
И.А. Горпинич, нач. УПСЧ, НУГЗУ*

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗЛИВА ГОРЮЧЕЙ ЖИДКОСТИ В ПОЛУПЛОСКОСТИ, ОГРАНИЧЕННОЙ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОЙ НАСЫПЬЮ

Построена математическая модель, описывающая динамику гравитационного растекания горючей жидкости в полуплоскости, ограниченной железнодорожной насыпью, учитывающая влияние сил трения и силы поверхностного натяжения.

Ключевые слова: горючая жидкость, растекание, диаметр разлива.

Постановка проблемы. Аварии на железнодорожном транспорте, связанные с разливом и воспламенением горючих жидкостей, представляют повышенную опасность из-за угрозы дальнейшего распространения пожара на подвижной состав. Поэтому разработка оперативных планов пожаротушения требует оценки формы и площади разлива, а также теплового воздействия пожара на окружающие объекты.

Анализ последних исследований и публикаций. В работе [3] построена математическая модель гравитационного растекания жидкости в форме круга на горизонтальной поверхности при отсутствии преград. В [1] рассмотрено растекание жидкости в полосе, ограниченной препятствиями в виде нижнего строения пути (железнодорожных насыпей). Не рассмотренным остается случай растекания жидкости на полуплоскости, когда область растекания ограничена железнодорожной насыпью только с одной стороны.

Постановка задачи и ее решение. Целью работы является построение математической модели динамики гравитационного растекания горючей жидкости в полуплоскости, ограниченной железнодорожной насыпью. Поскольку вытекание нефтепродукта из цистерны происходит в непосредственной близости от железнодорожной насыпи, то будем пренебрегать временем свободного растекания, рассматривая гравитационное растекание цилиндрического слоя, в основании которого лежит полукруг (рис. 1).

В начальный момент времени жидкость представляет собой цилиндр высотой h_0 и основанием в форме полукруга радиусом R_0 . Под действием силы тяжести жидкость растекается, сохраняя в основании цилиндра форму полукруга.

Растекание происходит вследствие того, что на свободную часть боковой поверхности цилиндра, т.е. не соприкасающуюся с насыпью, действует сила давления

$$F_d = \int_0^h \pi R p(z) dz,$$

где $p(z)$ – давление на глубине z : $p(z) = \rho g z$. Тогда

$$F_d = \frac{\pi R \rho g h^2}{2}. \quad (1)$$

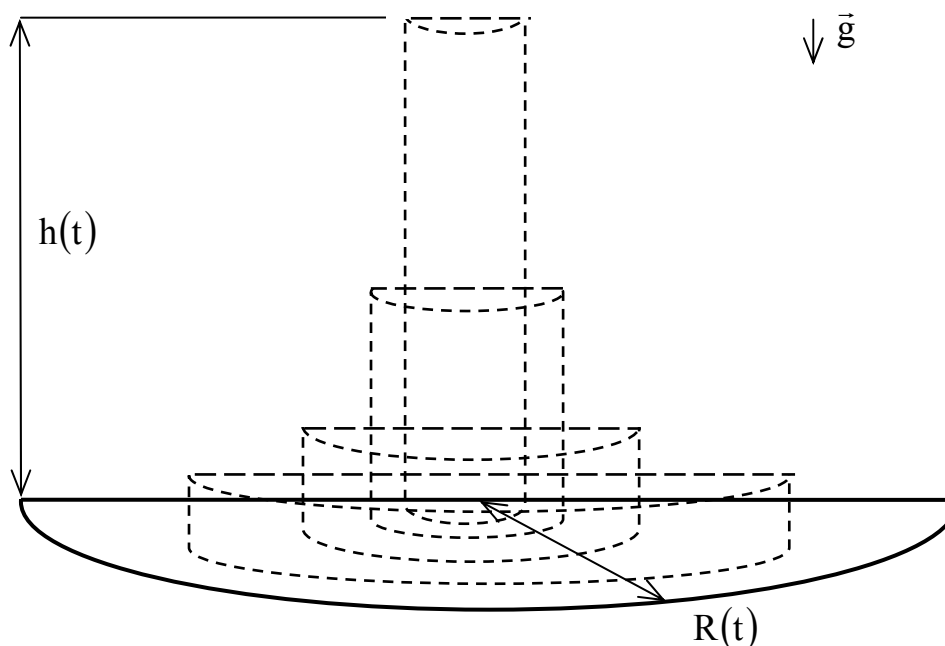


Рис. 1. Гравитационное растекание цилиндрического слоя жидкости с основанием в форме полукруга

Растеканию жидкости препятствует сила поверхностного натяжения, пропорциональная общей длине дуги полуокружности и диаметру:

$$F_{нат} = (\pi R + 2R)\sigma, \quad (2)$$

где σ – коэффициент поверхностного натяжения жидкости. Растекание слоя жидкости на горизонтальной поверхности прекращаются, когда силы (1) и (2) уравновешивают друг друга:

$$\frac{\pi R \rho g h^2}{2} = (\pi R + 2R)\sigma;$$

$$\frac{\pi \rho g h^2}{2} = (\pi + 2)\sigma.$$

Это означает, что растекание прекратится, когда толщина слоя достигнет значения h_{\min}

$$h_{\min} = \sqrt{\frac{(2\pi + 4)\sigma}{\pi\rho g}}. \quad (3)$$

Величина h_{\min} , как и в случае со свободным растеканием [3], зависит только от плотности жидкости и коэффициента ее поверхностного натяжения, но не зависит от объема разлитой жидкости. При этом толщина слоя оказывается в $\sqrt{1 + 2/\pi} \approx 1,28$ раза больше, чем при круговом разливе. Радиус полукруга разлива, соответствующий толщине (3), будет равен

$$R_{\max} = \sqrt{\frac{2S}{\pi}} = \sqrt{\frac{2V}{\pi h_{\min}}} = \sqrt{\frac{2V}{\pi}} \sqrt{\frac{\pi\rho g}{(2\pi + 4)\sigma}} = \sqrt[4]{\frac{2V^2\rho g}{(\pi^2 + 2\pi)\sigma}}, \quad (4)$$

где V – объем разлитой жидкости; S – площадь разлива.

Рассмотрим растекание жидкости при ее истечении из емкости с объемным расходом $v = v(t)$. Тогда масса и объем вылившейся жидкости определяются соотношениями

$$V(t) = \int_0^t v(\tau) d\tau, \quad m(t) = \rho \int_0^t v(\tau) d\tau. \quad (5)$$

Выразим высоту цилиндра через радиус полукруга R и объем разлитой жидкости

$$h = \frac{V}{S} = \frac{2V}{\pi R^2}.$$

Подставляя полученное выражение в (1), определим силу давления на боковую поверхность цилиндра

$$F_d = \frac{\pi R \rho g h^2}{2} = \frac{4\pi R \rho g V^2}{2\pi^2 R^4} = \frac{2\rho g V^2}{\pi R^3}. \quad (6)$$

Течению жидкости препятствует сила вязкого трения [4]

$$F_{\text{тр}} = 0,455(\lg Re)^{-2,58} \frac{\rho w^2}{2} S,$$

где w – скорость движения жидкости в горизонтальном направлении;

S – площадь соприкосновения: $S = \pi R^2/2$; $Re = wL/\nu$ – число Рейнольдса; L – характерный размер ($L = R$); ν – кинематическая вязкость жидкости (m^2/c). Как и в случае с круговым разливом, средняя скорость движения жидкости в горизонтальном направлении может быть определена из предположения о постоянной толщине слоя. В этом случае скорость движения жидкости на расстоянии r от центра разлива (середины диаметра, ограничивающего полукруг) скорость движения равна $w(r) = w_k R/r$, где $w_k = R'$ – скорость движения кромки разлива. Тогда

$$w = \frac{2}{\pi R^2} \iint_{S_p} w(r) ds = \frac{2}{\pi R^2} \int_0^R \int_0^{\pi} w(r) r dr d\varphi = \frac{2}{\pi R^2} \int_0^R w_k R dr d\varphi = 2w_k = 2R'.$$

С учетом последнего соотношения выражение для силы вязкого трения примет вид

$$F_{тр} = -0,455 \left(\lg \frac{2|R'|R}{\nu} \right)^{-2,58} \pi \rho |R'| R^2, \quad (7)$$

в котором учтено, что сила трения направлена противоположно направлению движения.

Скорость движения жидкости также будет уменьшаться за счет диссипации кинетической энергии турбулентного движения [2], где масштаб турбулентности равен толщине слоя жидкости: $L_{max} \approx h(t)$.

Тогда

$$F_{турб} = -\frac{c_d c_1^3}{L_{max} \sqrt{2}} \rho V w |w| = -\sqrt{2} c_d c_1^3 \pi \rho R^2 R' |R'|, \quad (8)$$

где $c_d = 0,09$, $c_1 = 0,25$ – эмпирические константы.

Подставляя выражения для силы давления (6), поверхностного натяжения (2), вязкого трения (7), силы сопротивления, вызванной диссипацией кинетической энергии турбулентного движения, во второй закон Ньютона, получим

$$\frac{2\rho g V^2}{\pi R^3} - 0,455 \left(\lg \frac{2|R'|R}{\nu} \right)^{-2,58} \pi \rho |R'| R^2 - \sqrt{2} c_d c_1^3 \pi \rho R^2 R' |R'| - (\pi + 2) R \sigma = 2\rho V R''.$$

После деления левой и правой части на $2\rho V$, получим

$$R'' = \frac{gV(t)}{\pi R^3} - 0,455 \left(\lg \frac{2|R'R|}{v} \right)^{-2,58} \frac{\pi |R'R'R^2}{2 V(t)} - \frac{c_d c_1^3 \pi R^2 R'R'}{V(t)\sqrt{2}} - \frac{(\pi + 2)R\sigma}{2\rho V(t)}. \quad (9)$$

Полученное нелинейное дифференциальное уравнение второго порядка (9) описывает динамику изменения радиуса разлива с течением времени. Начальными условиями для его решения являются

$$R(0) = R_0; R'(0) = 0.$$

Если вытекание происходит с постоянным объемным расходом v в течение интервала времени $(0, t_0)$, то

$$V(t) = \begin{cases} \frac{\pi R_0^2}{2} \sqrt{\frac{(2\pi + 4)\sigma}{\pi \rho g}} + vt, & t < t_0, \\ \frac{\pi R_0^2}{2} \sqrt{\frac{(2\pi + 4)\sigma}{\pi \rho g}} + vt_0, & t \geq t_0. \end{cases}$$

В качестве примера на рис. 2 приведено изменение радиуса разлива мазута с течением времени при его истечении с объемным расходом $v = 10$ л/с в течение времени $t_0 = 100$ с.

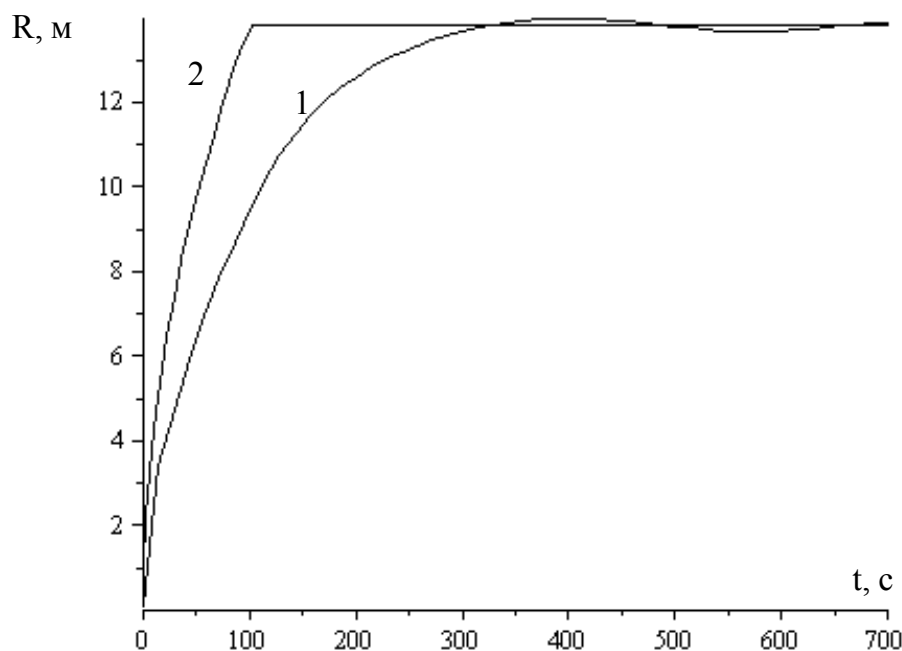


Рис. 2. Изменение радиуса полукругового разлива мазута с течением времени: 1 – радиус полукруга; 2 – предельное значение радиуса полукруга для данного объема жидкости

Предельное значение радиуса полукруга (линия на рис. 2) соответствует текущему объему разлитой жидкости и рассчитано по формуле (4). Физические характеристики мазута приняты $\rho = 900 \text{ кг/м}^3$, $\sigma = 0,03 \text{ Н/м}$, $\nu = 4 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$.

Как и в случаях со свободным растеканием жидкости [3] и растеканием жидкости в полосе [1], наличие сил трения замедляет процесс растекания. Время достижения максимального радиуса разливом составляет около 300 с, хотя вытекание жидкости длится 100 с.

Выводы. Построена математическая модель, описывающая динамику гравитационного растекания горючей жидкости в полуплоскости, ограниченной железнодорожной насыпью, учитывающая влияние сил трения и сил поверхностного натяжения. Показано, что зависимость диаметра разлива от времени описывается нелинейным дифференциальным уравнением второго порядка.

ЛИТЕРАТУРА

1. Басманов А.Е. Моделирование разлива горючей жидкости в полосе, ограниченной железнодорожными насыпями / А.Е. Басманов, И.А. Горпинич // Проблемы пожарной безопасности. – Х.: НУГЗУ. 2013. – №34. – С. 18-24.
2. Белов И.А. Моделирование турбулентных течений / И.А. Белов, С.А. Исаев. – СПб: Балт. гос. техн. ун-т, 2001. – 108 с.
3. Горпинич И.А. Моделирование динамики разлива горючей жидкости на горизонтальной поверхности / И.А. Горпинич // Пожарная безопасность. – Харьков: НУГЗУ, 2012. – Вып. 32. – С. 50-56.
4. Луканин В.Н. Теплотехника / В.Н. Луканин, М.Г. Шатров, Г.М. Камфер и др. – М.: Высш. шк., – 2002. – 671 с.

О.Є. Басманов, І.А. Горпинич

Моделювання розливу горючої рідини у напівплощині, обмеженій залізничним насипом

Побудовано математичну модель, що описує динаміку гравітаційного розтікання горючої рідини у напівплощині, обмеженій залізничним насипом, і яка враховує вплив сили тертя і сили поверхневого натягу.

Ключові слова: горюча рідина, розтікання, діаметр розливу.

A.E. Basmanov, I.A. Gorpnich

Modeling the flammable liquids spill on the surface bounded by the railway embankment

Mathematical model of flammable liquids spill dynamics on horizontal half-plane bounded by railway embankment is constructed. It considers gravitational force, friction force, surface tension.

Keywords: flammable liquids, spill, diameter of spill.