Шифр: «Процес»

Галузь: Пожежна безпека

МОДЕЛЮВАННЯ ОДНОЧАСНОГО ЗАЛУЧЕННЯ ПОЖЕЖНИХ ПІДРОЗДІЛІВ НА ВИКЛИКИ

2019

ЗМІСТ

ВСТУП

Підхід моделювання діяльності підрозділів оперативного призначення на основі теорії масового обслуговування має суттєве обмеження обумовлені нездоланими труднощами в оцінці параметрів діяльності при відносно невеликій інтенсивності реалізації загроз різного характеру на території а саме неможливістю з необхідною точністю оцінити параметри потоку виникнення надзвичайних подій.

Враховуючи стохастичну природу потоку виникнення надзвичайних подій та ліквідації їх наслідків, виникнення та ліквідацію наслідків надзвичайних подій можна розглядати як випадковий Марківський процес.

Марковські випадкові процеси розподіляються для дискретних неперервних і неперервно-дискретних випадкових величин. Ми будемо розглядати випадковий процес виникнення та ліквідації надзвичайних подій, за умови незмінності інтенсивності переходу процесу в різні стани, тобто процес будемо описувати диференціальними рівняннями, коефіцієнти яких не залежать від часу і відповідно в цьому випадку будемо розглядати однорідний марківський процес. Особливістю марковського процесу є те, що для будь-якого моменту часу імовірнісні характеристики процесу в майбутньому залежать лише від його стану в даний момент і не залежать від того, коли і як система набула цього стану.

Отже визначення ймовірностей станів обслуговування викликів пожежними підрозділами в умовах їх низької інтенсивності є актуальною науковою задачею, що має, як теоретичний так і практичний інтерес.

1. ВИЗНАЧЕННЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ ЗАЛУЧЕННЯ ПІДРОЗДІЛІВ ОПЕРАТИВНОГО ПРИЗНАЧЕННЯ НА ОСНОВІ РОЗГЛЯДУ ОПЕРАТИВНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ, ЯК ВИПАДКОВОГО ПРОЦЕСУ

1.1. Марківський випадковий процес

Враховуючи стохастичну природу потоків викликів та ліквідації надзвичайних подій техногенного характеру, їх виникнення та ліквідацію можна розглядати як випадковий Марківський процес.

Марковські випадкові процеси є самими простими в теорії випадкових процесів й тому вони отримали найбільший розвиток. Розрізняють марковські випадкові процеси для дискретних неперервних і неперервно-дискретних випадкових величин [1]. Ми будемо розглядати процес, який описуються лінійними різницевими або диференціальними рівняннями, коефіцієнти яких не залежать від часу. Такі випадкові процеси називаються однорідними.

Випадковий процес називається марковським, якщо для будь-якого моменту часу імовірнісні характеристики процесу в майбутньому залежать лише від його стану в даний момент і не залежать від того, коли і як система набула цього стану [2].

Потоком подій називається послідовність подій, які відбуваються одна за одною у випадкові моменти часу. Наприклад, потік виникнення надзвичайних подій техногенного характеру, що існує на певній території. Середня кількість подій, які відбуваються за одиницю часу, називається інтенсивністю потоку.

Потік називається найпростішим, якщо він має такі властивості [3]:

стаціонарність — імовірність того, що за деякий проміжок часу t відбудеться та чи інша кількість подій, залежить лише від довжини проміжку і не залежить від початку його відліку, тобто інтенсивність потоку стала;

відсутність післядії — імовірність настання деякої кількості подій на довільному проміжку часу не залежить від того, яка кількість подій відбулась до початку цього проміжку;

ординарність — імовірність настання двох і більше подій за малий проміжок часу t істотно менша за ймовірність того, що відбудеться одна подія.

Якщо потік подій найпростіший, то ймовірність того, що за проміжок часу t подія A настане m раз, визначається формулою: $P_t(m) = \frac{(\lambda t)^m}{m!} e^{-\lambda t}$, де λ - інтенсивність потоку. Ця формула відбиває всі властивості найпростішого потоку, а отже, є його математичною моделлю.

Імовірністю i-го стану називається ймовірність $p_i(t)$ $(i = 1,2,\ldots,n)$ того, що в момент t система перебуватиме у стані θ_i $(i = 1,2,\ldots,n)$.

Очевидно, що для будь-якого моменту t сума ймовірностей станів дорівнює 1:

$$\sum_{i=1}^{n} p_i(t) = 1. \tag{1.1}$$

Правило побудови рівнянь Колмогорова. У лівій частині кожного з рівнянь має бути похідна ймовірності i-го стану. У правій частині - сума добутків імовірностей усіх станів (з яких відбувається перехід до даного стану) на інтенсивності відповідних потоків подій мінус сумарна інтенсивність усіх потоків, що виводять систему із даного i-го стану, помножена на ймовірність цього стану [4- 5].

Наприклад, для системи θ, (рис.2.1) що має чотири стани θ_0; θ_1; θ_2; θ_3, система диференціальних рівнянь Колмогорова для ймовірностей станів набуває такого вигляду:

$$p_0' = \lambda_{10} p_1 + \lambda_{20} p_2 - (\lambda_{01} + \lambda_{02}) p_0,$$

$$p_1' = \lambda_{01} p_0 + \lambda_{31} p_3 - (\lambda_{10} + \lambda_{13}) p_1,$$

$$p_2' = \lambda_{02} p_0 + \lambda_{32} p_3 - (\lambda_{20} + \lambda_{23}) p_2, \tag{1.2}$$

$$p_3' = \lambda_{13} p_1 + \lambda_{23} p_2 - (\lambda_{31} + \lambda_{32}) p_3 .$$

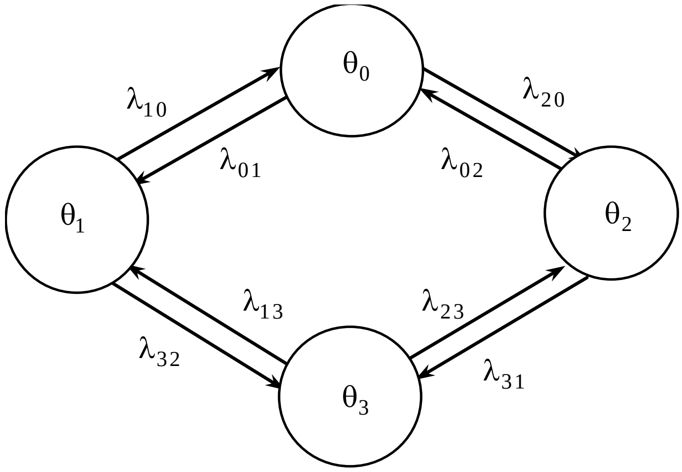

Рисунок 1.1 – Граф системи θ

У системі (1.2) незалежних рівнянь на одне менше від загальної кількості рівнянь. Тому для розв'язування системи необхідно додати рівняння (1.1) при n = 3.

Особливість розв'язання диференціальних рівнянь взагалі полягає в тому, що потрібно задавати так звані початкові умови, у даному разі – імовірності станів системи в початковий момент $t = 0$ [6, 7, 8]. Так, систему (1.2) маємо розв'язувати за умовою, що в початковий момент обидва вузли справні і система перебувала у стані θ_0, тобто за початкових умов $p_0(0) = 1,$ $p_1(0) = p_2(0) = p_3(0) = 0.$

Рівняння Колмогорова дають змогу знаходити всі ймовірності станів як функції часу [9 -10]. Особливий інтерес становить імовірності системи $p_i(t)$ $(i = 1,\ldots,n)$ у граничному стаціонарному режимі, тобто при $t \to \infty$, які називаються граничними ймовірностями станів.

У теорії випадкових процесів доведено, що коли кількість станів системи скінченна і з кожного з них можна перейти до будь-якого іншого стану, то граничні ймовірності існують [12].

Гранична ймовірність стану θ_i має такий зміст: вона показує середню відносну тривалість перебування системи в цьому стані. Наприклад, якщо гранична ймовірність стану θ_0 становить $p_0 = 0{,}5$, то це означає, що в середньому половину часу система перебуває у стані θ_0.

1.2 Моделювання станів для двох викликів із залученням одного відділення

Виклики та їх обслуговування будемо розглядати як випадковий процес. Аналіз будемо здійснювати для одного підрозділу.

Граф стану коли можливо виникнення одного виклику з залученням до двох відділень представлено на рис. 2.2.

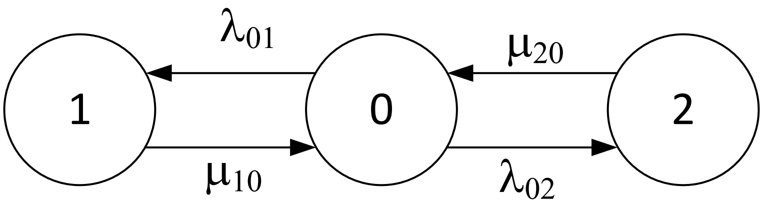

Рисунок 1.2 – Граф станів

Враховуючи, що $\lambda_{01} = \lambda \cdot \kappa_1$, а $\lambda_{02} = \lambda \cdot \kappa_2$, де κ_1 та κ_2 ймовірності залучення одного та двох відділень для ліквідації надзвичайної події відповідно а $\mu_{01} = \mu_{02} = \mu$

Рівняння Колмогорова для представленої схеми мають наступний вид

$$\begin{cases} \dfrac{dp_0(t)}{dt} = \mu \cdot p_1(t) + \mu \cdot p_2(t) - (\lambda \cdot \kappa_2 + \lambda \cdot \kappa_1) p_0(t) \\ \dfrac{dp_1(t)}{dt} = -\mu \cdot p_1(t) + \lambda_{01} \cdot \kappa_1 \cdot p_0(t) \\ p_2(t) = 1 - p_1(t) - p_0(t) \end{cases} \qquad (1.3)$$

Де індекс при Р означає кількість відділень задіяних в ліквідації надзвичайної події. Рішення системи (1.3) при $t \to \infty$ має наступний вид:

$$p_0 = \frac{\mu}{(\lambda \cdot \kappa_1 + \mu \cdot \kappa_2 + \mu)};$$
$$p_1 = \frac{\lambda \cdot \kappa_1}{(\lambda \cdot \kappa_1 + \mu \cdot \kappa_2 + \mu)}; \qquad (1.4)$$
$$p_2 = \frac{\lambda \cdot \kappa_2}{(\lambda \cdot \kappa_1 + \mu \cdot \kappa_2 + \mu)};$$

1.3 Моделювання станів для двох викликів із залученням до двох відділень

Граф станів коли можливо виникнення до двох викликів з залученням до двох відділень представлено на рис. 1.3.

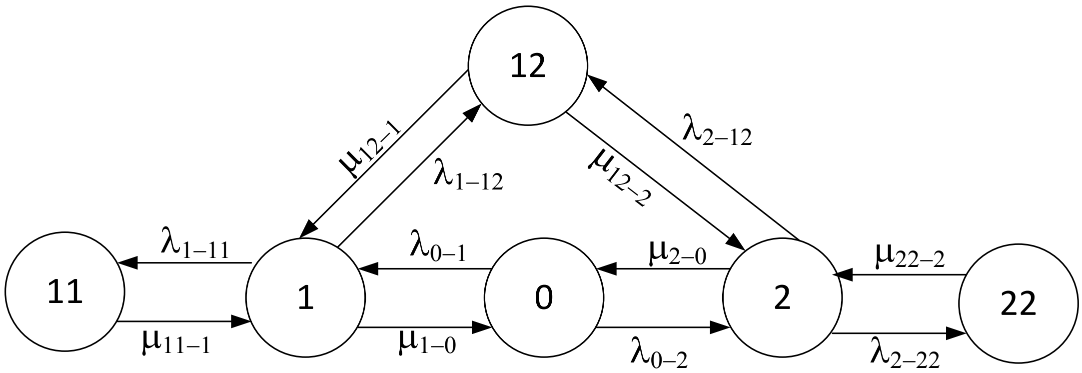

Рисунок 1.3 – Граф станів

Враховуючи позначення до попереднього графу рівняння Колмогорова для представленої схеми мають наступний вид

$$\begin{cases} \frac{dp_0(t)}{dt} = \mu \cdot p_1(t) + \mu \cdot p_2(t) - (\lambda \cdot \kappa_2 + \lambda \cdot \kappa_1) p_0(t); \\ \frac{dp_1(t)}{dt} = -\mu \cdot p_1(t) - \lambda \cdot \kappa_2 \cdot p_1(t) - \lambda \cdot \kappa_1 \cdot p_1(t) + \lambda \cdot \kappa_1 \cdot p_0(t) + \mu \cdot p_{12}(t) + \mu \cdot p_{11}(t); \\ \frac{dp_2(t)}{dt} = -\mu \cdot p_2(t) - \lambda \cdot \kappa_2 \cdot p_2(t) - \lambda \cdot \kappa_2 \cdot p_2(t) + \lambda \cdot \kappa_2 \cdot p_0(t) + \mu \cdot p_{12}(t) + \mu \cdot p_{11}(t); \\ \frac{dp_{11}(t)}{dt} = -\mu \cdot p_{11}(t) + \lambda \cdot \kappa_1 \cdot p_1(t); \\ \frac{dp_{22}(t)}{dt} = -\mu \cdot p_{22}(t) + \lambda \cdot \kappa_2 \cdot p_2(t); \\ p_{12}(t) = 1 - p_1(t) - p_0(t) - p_2(t) - p_{11}(t) - p_{22}(t). \end{cases} \qquad (1.5)$$

Де перша цифра індексу при Р означає кількість відділень задіяних в ліквідації першого виклику, друга другого. Рішення системи (1.5) при $t \to \infty$ має наступний вид:

$$
\begin{aligned}
p_0 &= \frac{\mu^2}{\lambda^2 \cdot \kappa_1^2 + \lambda^2 \cdot \kappa_1 \cdot \kappa_2 + \lambda^2 \cdot \kappa_2^2 + \lambda \cdot \kappa_1 \cdot \mu + \lambda \cdot \kappa_2 \cdot \mu + \mu^2};\\
p_1 &= \frac{\lambda \cdot \kappa_1 \cdot \mu}{\lambda^2 \cdot \kappa_1^2 + \lambda^2 \cdot \kappa_1 \cdot \kappa_2 + \lambda^2 \cdot \kappa_2^2 + \lambda \cdot \kappa_1 \cdot \mu + \lambda \cdot \kappa_2 \cdot \mu + \mu^2};\\
p_2 &= \frac{\lambda \cdot \kappa_2 \cdot \mu}{\lambda^2 \cdot \kappa_1^2 + \lambda^2 \cdot \kappa_1 \cdot \kappa_2 + \lambda^2 \cdot \kappa_2^2 + \lambda \cdot \kappa_1 \cdot \mu + \lambda \cdot \kappa_2 \cdot \mu + \mu^2};\\
p_{12} &= \frac{\lambda^2 \cdot \kappa_2 \cdot \kappa_1}{\lambda^2 \cdot \kappa_1^2 + \lambda^2 \cdot \kappa_1 \cdot \kappa_2 + \lambda^2 \cdot \kappa_2^2 + \lambda \cdot \kappa_1 \cdot \mu + \lambda \cdot \kappa_2 \cdot \mu + \mu^2};\\
p_{11} &= \frac{\lambda^2 \cdot \kappa_1^2}{\lambda^2 \cdot \kappa_1^2 + \lambda^2 \cdot \kappa_1 \cdot \kappa_2 + \lambda^2 \cdot \kappa_2^2 + \lambda \cdot \kappa_1 \cdot \mu + \lambda \cdot \kappa_2 \cdot \mu + \mu^2};\\
p_{22} &= \frac{\lambda^2 \cdot \kappa_2^2}{\lambda^2 \cdot \kappa_1^2 + \lambda^2 \cdot \kappa_1 \cdot \kappa_2 + \lambda^2 \cdot \kappa_2^2 + \lambda \cdot \kappa_1 \cdot \mu + \lambda \cdot \kappa_2 \cdot \mu + \mu^2}.
\end{aligned}
\tag{1.6}
$$

1.4 Моделювання станів для трьох викликів із залученням до двох відділень

Граф станів коли можливо виникнення до трьох викликів з залученням до двох відділень представлено на рис. 1.4.

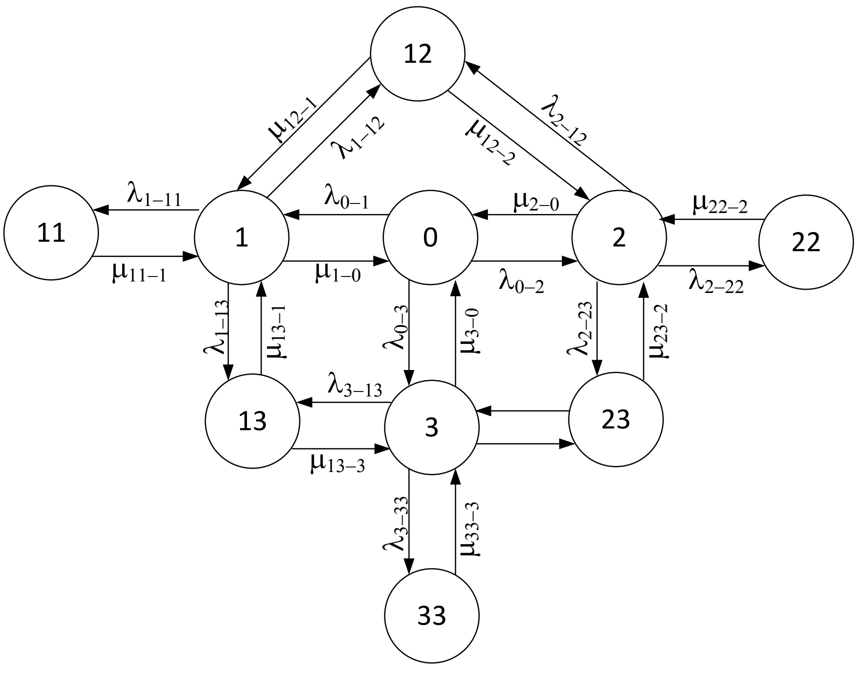

Рисунок 1.4 – Граф станів

Рівняння Колмогорова для представленої схеми мають наступний вид

$$
\begin{cases}
\dfrac{dp_0(t)}{dt} = \mu \cdot p_1(t) + \mu \cdot p_2(t) + \mu \cdot p_3(t) - (\lambda \cdot \kappa_2 + \lambda \cdot \kappa_1 + \lambda \cdot \kappa_3) p_0(t); \\
\dfrac{dp_1(t)}{dt} = -\mu \cdot p_1(t) - \lambda \cdot \kappa_2 \cdot p_1(t) - \lambda \cdot \kappa_1 \cdot p_1(t) - \lambda \cdot \kappa_3 \cdot p_1(t) + \\
+ \lambda \cdot \kappa_1 \cdot p_0(t) + \mu \cdot p_{12}(t) + \mu \cdot p_{11}(t) + \mu \cdot p_{13}(t); \\
\dfrac{dp_2(t)}{dt} = -\mu \cdot p_2(t) - \lambda \cdot \kappa_2 \cdot p_2(t) - \lambda \cdot \kappa_1 \cdot p_2(t) - \lambda \cdot \kappa_3 \cdot p_2(t) + \\
+ \lambda \cdot \kappa_2 \cdot p_0(t) + \mu \cdot p_{12}(t) + \mu \cdot p_{22}(t) + \mu \cdot p_{23}(t); \\
\dfrac{dp_{11}(t)}{dt} = -\mu \cdot p_{11}(t) + \lambda \cdot \kappa_1 \cdot p_1(t); \\
\dfrac{dp_3(t)}{dt} = -\mu \cdot p_3(t) - \lambda \cdot \kappa_3 \cdot p_3(t) - \lambda \cdot \kappa_1 \cdot p_3(t) - \lambda \cdot \kappa_2 \cdot p_3(t) + \\
+ \lambda \cdot \kappa_3 \cdot p_0(t) + \mu \cdot p_{13}(t) + \mu \cdot p_{23}(t) + \mu \cdot p_{33}(t); \\
\dfrac{dp_{22}(t)}{dt} = -\mu \cdot p_{22}(t) + \lambda \cdot \kappa_2 \cdot p_2(t); \\
\dfrac{dp_{33}(t)}{dt} = -\mu \cdot p_{33}(t) + \lambda \cdot \kappa_3 \cdot p_3(t); \\
\dfrac{dp_{13}(t)}{dt} = -2\mu \cdot p_{13}(t) + \lambda \cdot \kappa_3 \cdot p_1(t) + \lambda \cdot \kappa_1 \cdot p_3(t); \\
\dfrac{dp_{12}(t)}{dt} = -2\mu \cdot p_{12}(t) + \lambda \cdot \kappa_2 \cdot p_1(t) + \lambda \cdot \kappa_1 \cdot p_2(t); \\
p_{23}(t) = 1 - p_1(t) - p_0(t) - p_2(t) - p_{11}(t) - p_{22}(t) - p_{13}(t) - p_3(t) - \\
- p_{33}(t) - p_{12}(t).
\end{cases}
$$

Рішення системи (1.7) при $t \to \infty$ має наступний вид:

$$
p_0 = \frac{\mu^2}{C};\ p_1 = \frac{\lambda \cdot \kappa_1 \cdot \mu}{C};\ p_2 = \frac{\lambda \cdot \kappa_2 \cdot \mu}{C};\ p_3 = \frac{\lambda \cdot \kappa_3 \cdot \mu}{C};\ p_{12} = \frac{\lambda^2 \cdot \kappa_2 \cdot \kappa_1}{C};
$$

$$
p_{11} = \frac{\lambda^2 \cdot \kappa_1^2}{C};\ p_{22} = \frac{\lambda^2 \cdot \kappa_2^2}{C};\ p_{33} = \frac{\lambda^2 \cdot \kappa_3^2}{C};\ p_{13} = \frac{\lambda^2 \cdot \kappa_1 \cdot \kappa_3}{C};\ p_{23} = \frac{\lambda^2 \cdot \kappa_2 \cdot \kappa_3}{C},
$$

де

$$C = \lambda^2 \cdot \kappa_1^2 + \lambda^2 \cdot \kappa_1 \cdot \kappa_2 + \lambda^2 \cdot \kappa_1 \cdot \kappa_3 + \lambda^2 \cdot \kappa_2^2 + \lambda^2 \cdot \kappa_2 \cdot \kappa_3 + \lambda^2 \cdot \kappa_3^2 + \lambda \cdot \kappa_1 \cdot \mu +$$
$$+ \lambda \cdot \kappa_2 \cdot \mu + \lambda \cdot \kappa_3 \cdot \mu + \mu^2.$$

1.5 Моделювання станів для трьох викликів із залученням до трьох відділень

Граф станів коли можливо виникнення до трьох викликів з залученням до трьох відділень представлено на рис. 2.5.

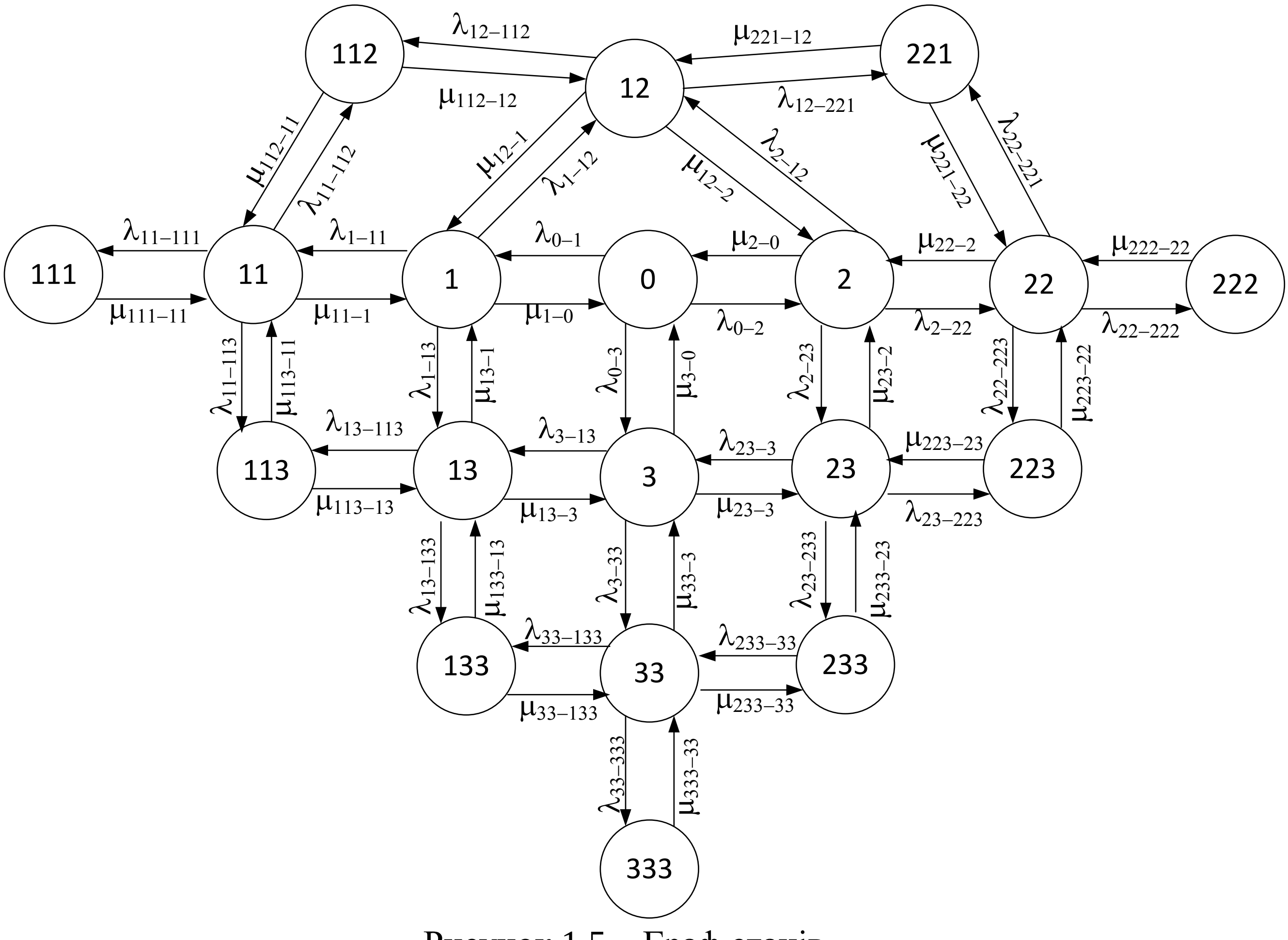

Рисунок 1.5 – Граф станів

Рівняння Колмогорова для представленої схеми мають наступний вид

$$\frac{dp_0(t)}{dt}=\mu\cdot p_1(t)+\mu\cdot p_2(t)+\mu\cdot p_3(t)-(\lambda\cdot\kappa_2+\lambda\cdot\kappa_1+\lambda\cdot\kappa_3)p_0(t);$$

$$\frac{dp_1(t)}{dt}=-\mu\cdot p_1(t)-\lambda\cdot\kappa_2\cdot p_1(t)-\lambda\cdot\kappa_1\cdot p_1(t)-\lambda\cdot\kappa_3\cdot p_1(t)+$$

$$+\lambda\cdot\kappa_1\cdot p_0(t)+\mu\cdot p_{12}(t)+\mu\cdot p_{11}(t)+\mu\cdot p_{13}(t);$$

$$\frac{dp_2(t)}{dt}=-\mu\cdot p_2(t)-\lambda\cdot\kappa_2\cdot p_2(t)-\lambda\cdot\kappa_1\cdot p_2(t)-\lambda\cdot\kappa_3\cdot p_2(t)+$$

$$+\lambda\cdot\kappa_2\cdot p_0(t)+\mu\cdot p_{12}(t)+\mu\cdot p_{22}(t)+\mu\cdot p_{23}(t);$$

$$\frac{dp_{11}(t)}{dt}=-\mu\cdot p_{11}(t)+\lambda\cdot\kappa_1\cdot p_1(t);$$

$$\frac{dp_3(t)}{dt}=-\mu\cdot p_3(t)-\lambda\cdot\kappa_3\cdot p_3(t)-\lambda\cdot\kappa_1\cdot p_3(t)-\lambda\cdot\kappa_2\cdot p_3(t)+$$

$$+\lambda\cdot\kappa_3\cdot p_0(t)+\mu\cdot p_{13}(t)+\mu\cdot p_{23}(t)+\mu\cdot p_{33}(t);$$

$$\frac{dp_{22}(t)}{dt}=-\mu\cdot p_{22}(t)+\lambda\cdot\kappa_2\cdot p_2(t);$$

$$\frac{dp_{33}(t)}{dt}=-\mu\cdot p_{33}(t)+\lambda\cdot\kappa_3\cdot p_3(t);$$

$$\frac{dp_{13}(t)}{dt}=-2\mu\cdot p_{13}(t)+\lambda\cdot\kappa_3\cdot p_1(t)+\lambda\cdot\kappa_1\cdot p_3(t);$$

$$\frac{dp_{12}(t)}{dt}=-2\mu\cdot p_{12}(t)+\lambda\cdot\kappa_2\cdot p_1(t)+\lambda\cdot\kappa_1\cdot p_2(t);$$

$$\frac{dp_{111}(t)}{dt}=-\mu\cdot p_{111}(t)+\lambda\cdot\kappa_1\cdot p_{11}(t);$$

$$\frac{dp_{112}(t)}{dt}=-2\mu\cdot p_{112}(t)+\lambda\cdot\kappa_2\cdot p_{11}(t)+\lambda\cdot\kappa_1\cdot p_{12}(t);$$

$$\frac{dp_{221}(t)}{dt}=-2\mu\cdot p_{221}(t)+\lambda\cdot\kappa_2\cdot p_{12}(t)+\lambda\cdot\kappa_1\cdot p_{22}(t);$$

$$\frac{dp_{223}(t)}{dt}=-2\mu\cdot p_{223}(t)+\lambda\cdot\kappa_3\cdot p_{22}(t)+\lambda\cdot\kappa_2\cdot p_{23}(t);$$

$$\frac{dp_{233}(t)}{dt}=-2\mu\cdot p_{233}(t)+\lambda\cdot\kappa_3\cdot p_{23}(t)+\lambda\cdot\kappa_2\cdot p_{33}(t);$$

$$\frac{dp_{222}(t)}{dt}=-\mu\cdot p_{222}(t)+\lambda\cdot\kappa_2\cdot p_{22}(t);$$

$$\frac{dp_{333}(t)}{dt} = -\mu \cdot p_{333}(t) + \lambda \cdot \kappa_3 \cdot p_{33}(t);$$
$$\frac{dp_{113}(t)}{dt} = -2\mu \cdot p_{113}(t) + \lambda \cdot \kappa_1 \cdot p_{13}(t) + \lambda \cdot \kappa_3 \cdot p_{11}(t);$$
$$\frac{dp_{133}(t)}{dt} = -2\mu \cdot p_{133}(t) + \lambda \cdot \kappa_1 \cdot p_{33}(t) + \lambda \cdot \kappa_3 \cdot p_{13}(t);$$
$$p_{23}(t) = 1 - p_1(t) - p_0(t) - p_2(t) - p_{11}(t) - p_{22}(t) - p_{13}(t) - p_3(t) -$$
$$- p_{33}(t) - p_{12}(t) - p_{111}(t) - p_{112}(t) - p_{221}(t) - p_{222}(t) - p_{223}(t) -$$
$$- p_{333}(t) - p_{113}(t) - p_{133}(t) - p_{233}(t)$$

Рішення системи (1.8) при $t \to \infty$ має наступний вид:

$$p_0 = \frac{\mu^3}{C1};\ p_1 = \frac{\lambda \cdot \kappa_1 \cdot \mu^2}{C1};\ p_2 = \frac{\lambda \cdot \kappa_2 \cdot \mu^2}{C1};\ p_3 = \frac{\lambda \cdot \kappa_3 \cdot \mu^2}{C1};\ p_{12} = \frac{\lambda^2 \cdot \kappa_2 \cdot \kappa_1 \cdot \mu}{C1};$$
$$p_{11} = \frac{\lambda^2 \cdot \kappa_1^2 \cdot \mu}{C1};\ p_{22} = \frac{\lambda^2 \cdot \kappa_2^2 \cdot \mu}{C1};\ p_{33} = \frac{\lambda^2 \cdot \kappa_3^2 \cdot \mu}{C1};\ p_{13} = \frac{\lambda^2 \cdot \kappa_1 \cdot \kappa_3 \cdot \mu}{C};$$
$$p_{23} = \frac{\lambda^2 \cdot \kappa_2 \cdot \kappa_3 \cdot \mu}{C};\ p_{111} = \frac{\lambda^3 \cdot \kappa_1^3}{C1};\ p_{112} = \frac{\lambda^3 \cdot \kappa_1^2 \cdot \kappa_2}{C1};\ p_{113} = \frac{\lambda^3 \cdot \kappa_1^2 \cdot \kappa_3}{C1};$$
$$p_{133} = \frac{\lambda^3 \cdot \kappa_1 \cdot \kappa_3^2}{C1};\ p_{221} = \frac{\lambda^3 \cdot \kappa_1 \cdot \kappa_2^2}{C1};\ p_{222} = \frac{\lambda^3 \cdot \kappa_2^3}{C1};\ p_{223} = \frac{\lambda^3 \cdot \kappa_3 \cdot \kappa_2^2}{C1};$$
$$p_{133} = \frac{\lambda^3 \cdot \kappa_2 \cdot \kappa_3^2}{C1};\ p_{333} = \frac{\lambda^3 \cdot \kappa_3^3}{C1},$$

де

$$C1 = \lambda^3 \cdot \kappa_1^3 + \lambda^3 \cdot \kappa_1^2 \cdot \kappa_2 + \lambda^3 \cdot \kappa_1^2 \cdot \kappa_3 + \lambda^3 \cdot \kappa_2^2 \cdot \kappa_1 + \lambda^3 \cdot \kappa_3^2 \cdot \kappa_1 + \lambda^3 \cdot \kappa_2^3 +$$
$$+ \lambda^3 \cdot \kappa_2^2 \cdot \kappa_3 + \lambda^3 \cdot \kappa_3^2 \cdot \kappa_2 + \lambda^3 \cdot \kappa_3^3 + \lambda^2 \cdot \kappa_1^2 \cdot \mu + \lambda^2 \cdot \kappa_1 \cdot \kappa_2 \cdot \mu +$$
$$+ \lambda^2 \cdot \kappa_1 \cdot \kappa_3 \cdot \mu + \lambda^2 \cdot \kappa_2^2 \cdot \mu + \lambda^2 \cdot \kappa_2 \cdot \kappa_3 \cdot \mu + \lambda^2 \cdot \kappa_3^2 \cdot \mu + \lambda \cdot \kappa_1 \cdot \mu^2 +$$
$$+ \lambda \cdot \kappa_2 \cdot \mu^2 + \lambda \cdot \kappa_3 \cdot \mu^2 + \mu^3$$

Для параметрів оперативної обстановки, μ=0,983 та λ=0,162, при частості залучення відділень к1=0,85, к2=0,149 та к3=0,001, ймовірності станів розраховані за (1.9) мають наступні значення:

P0=0,9835383030, P3 = 0,0001620887132,

P1 = 0,01377754062, P33 = 0,0000000002671248376,

P11 = 0,0001929976952, P111 = 0,000002703538416,

P12 = 0,00003405841680, P112 = 0,0000004770950146,

P13 = 0,0000002270561120, P113 = 0,000000003180633431,

P2 = 0,002431330698, P133 = 0,000000000003741921683,

P22 = 0,000006010308847, P221 = 0,00000008419323787,

P23 = 0,00000004006872565, P222 = 0,00000001485763021,

P223 = 0,0000000009905086808, P233 = 0,000000000006603391205,

P333 =0,00000000000004402260804.

За підходом, визначення ймовірностей одночасного залучення відділень, розробленого на основі масового обслуговування ймовірності залучення відділень мають наступні значення:

Таблиця 1.1 – Ймовірності залучення відділень

Кількість відділень	Ймовірність залучення відділень
0	0,984196211
1	0,013326509
2	0,002441961
3	0,000189033

Так як при розгляді процесу приймались обмеження кількості можливих його станів, ймовірності розраховані за рівняннями (1.9) будуть відрізнятись від дійсних значень. Адекватність отриманих співвідношень визначалась на основі оцінки відносної помилки ймовірності p_0 відносно ймовірності стану коли не буде ліквідовуватись жодна надзвичайна подія, розраховану за підходом масового обслуговування.

На рис.1.6 представлено залежність відносної помилки від зміни параметрів випадкового процесу λ та μ.

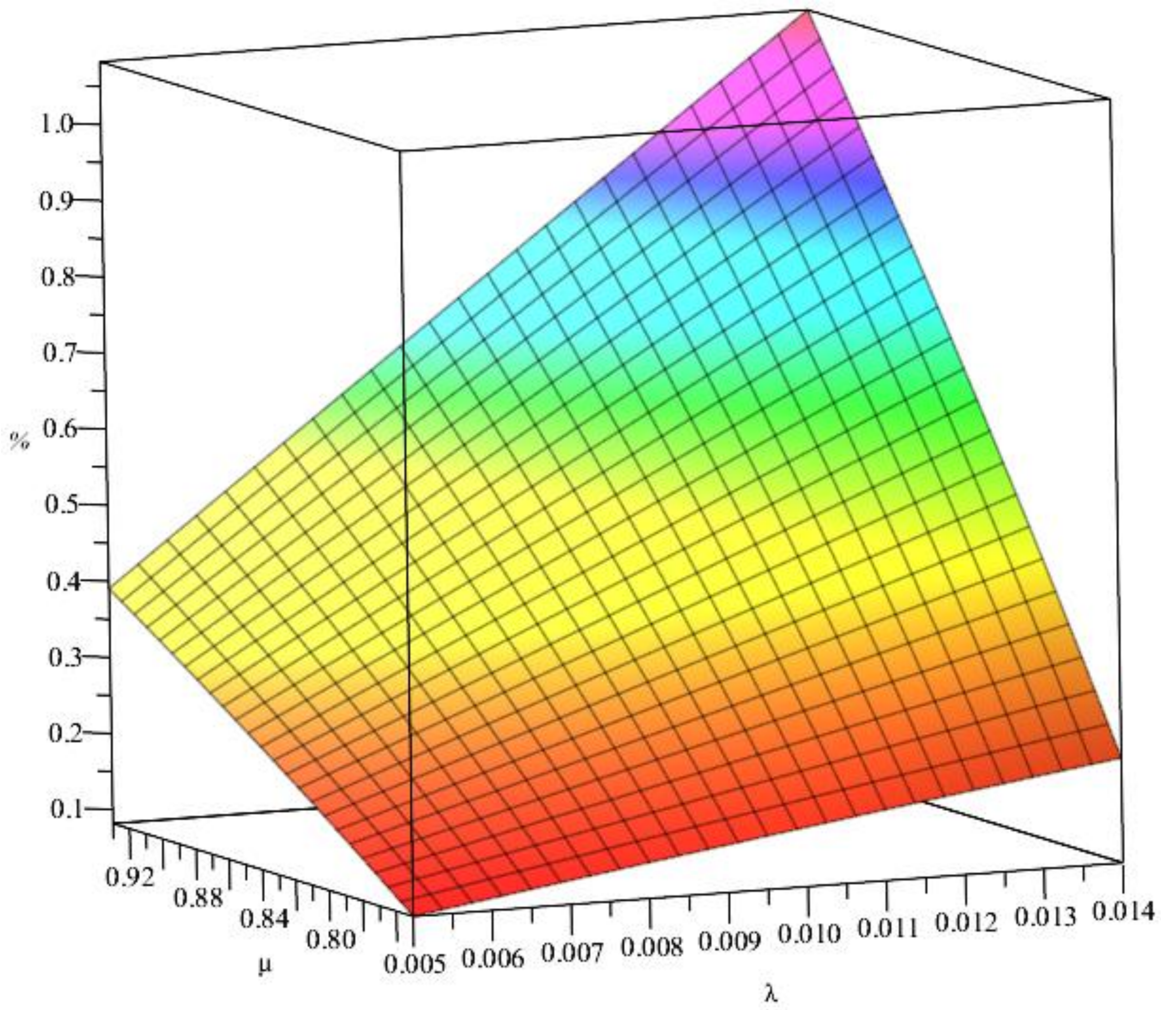

Рис.1.6. Залежність відносної помилки ймовірності стану коли не ліквідовуються наслідки жодної надзвичайної ситуацій від зміни параметрів процесу λ та μ.

Відносна помилка у діапазоні низької інтенсивності виникнення надзвичайних подій не перевищує 2%, отже отримані розрахункові співвідношення добре погоджуються з ймовірностями обчисленими за підходом розгляду обслуговування викликів, як системи масового обслуговування, що дає підстави використовувати їх для визначення кількості підрозділів на території з низькою інтенсивністю реалізації небезпек. Треба також відзначити, що отримані співвідношення надають більше інформації про процес оперативної діяльності і дає можливість приймати рішення щодо регулювання штатною чисельністю з більшим рівнем адекватності

ВИСНОВКИ

Для територій, де інтегральний показник потоку надзвичайних подій менше ніж 6 викликів на 10 тис. населення на рік, визначення кількісних параметрів оперативних підрозділів доцільно здійснювати на основі розгляду реагування на надзвичайні події, як випадковий марківський процес. Також в ході дослідження адекватності побудованих моделей було встановлено, що при розгляді системи, яка враховує три виклики із залученням до трьох відділень дозволяє моделювати оперативну діяльність підрозділів з достатньою точністю для практичного використання.

Обґрунтованість розроблених підходів та побудованих моделей підтверджується правильністю обрання математичного апарату та методів дослідження.

Практична значущість результатів отриманих в ході проведених досліджень полягає в тому, що їх результати дозволяють з високим рівнем точності визначати ймовірності станів залучення протипожежних підрозділів, що у свою чергу дає можливість обґрунтовано визначати кількісні показники підрозділів.

ЛІТЕРАТУРА

1. Шуренков В.М. Эргодические процессы Маркова / В.М. Шуренков. – М. : Наука, 1999. – 336 с.

2. Дынкин Е.Б. Основания теории марковских процессов / Е.Б. Дынкин. – М. : Физматгиз, 1959. – 227 с.

3. Вентцель Е.С. Теория вероятностей/ Е.С. Вентцель. М.: Наука, 1962. - 564 с.

4. Кемени Дж. Конечные цепи Маркова / Дж. Кемени, Дж.Снелл. – М.: Наука, 1970. - 192 с.

5. Кемени Дж. Конечные цепи Маркова / Дж. Кемени, Дж.Снелл. – М.: Наука, 1970. - 192 с.

6. Булинский А.В. Теория случайных процессов / А.В. Булинский, А.Н.Ширяев. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. - 408 с.

7. Жакод Ж. Предельные теоремы для случайных процессов / Ж. Жакод А. Н. Шириев Т. 1, 2. М.: Физматлит, 1994. - 544 с.

8. Золотарев В.М. Современная теория суммирования независимых случайных величин / В.М. Золотарев - М.: Наука, 1986. - 416 с.

9. Ибрагимов И. А. Независимые и стационарно связанные величины / И. А. Ибрагимов, Ю. В. Линник. - М.: Наука. 1965. - 524 с.

10. Корнфельд И. П. Эргодическая теория / И. П. Корнфельд Я. Г. Синай, С. В. Фомин. - М.: Наука, 1980. - 384 с.

11. Крамер Г. Стационарные случайные процессы / Г.Крамер, М.Лидбеттер. - М.: Мир, 1969. - 400 с.

12. Ламперти Дж. Случайные процессы / Дж. Ламперти. Киев: Вища школа. 1983. - 227 с.