

УДК 351.861

*Мищенко И.В., канд. техн. наук, доц., НУГЗУ,
Чернобай Г.А., канд. техн. наук, доц., НУГЗУ*

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ НАДЕЖНОСТИ ОБЪЕКТОВ ПОВЫШЕННОЙ ОПАСНОСТИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ НЕЛИНЕЙНОЙ МОДЕЛИ НАКОПЛЕНИЯ ПОВРЕЖДЕНИЙ

(представлено д-ром техн. наук Абрамовым Ю.А.)

Рассматривается задача определения показателей надежности элементов конструкций с использованием нелинейной модели накопления повреждений с целью предотвращения аварийных ситуаций на объектах повышенной опасности

Ключевые слова: надежность, накопление повреждений, усталость, нелинейная модель

Постановка проблемы. При внешнем случайном воздействии в различных элементах конструкции происходит накопление усталостных повреждений, что приводит к возникновению трещин, дальнейшему их развитию и последующему разрушению или отказу.

Наиболее распространенной моделью накопления повреждений является теория линейного суммирования повреждений Пальмгрена-Майнера. Для использования данной модели необходимо принять и обосновать ряд допущений (неучет полной картины циклов нагружения, игнорирование эффектов взаимодействия циклов нагружения с малой и большой амплитудами и влияния накопленного повреждения на дальнейший процесс его накопления), которые упрощают реальную картину. Однако более точные результаты по сравнению с линейной моделью дают использование гипотезы автомодельности и нелинейной модели накопления повреждений, что в полной мере относится и к объектам повышенной опасности.

Анализ последних исследований и публикаций. Кинетические уравнения, описывающие скорость накопления повреждений, классифицируются в зависимости от модели, заложенной в них: линейной, нелинейной, а также отражающей принцип автомодельности накопления повреждений [1]. Рассмотрение меры повреждения как компоненты марковского процесса (особенно в по-

следние 30-40 лет получила распространение идея рассмотрения математического аппарата марковских процессов [2] для описания постепенного разрушения элементов конструкций) позволяет использовать аппарат марковских процессов при решении задачи надежности для элементов конструкций при циклическом нагружении [3]. Общая постановка задачи надежности с учетом внешнего случайного воздействия приводится в работе [4]. Вышесказанное позволяет использовать указанный подход при решении задачи надежности объектов повышенной опасности для различных физических моделей отказов.

Постановка задачи и ее решение. Рассматривается задача определения показателей надежности – вероятности безотказной работы, плотности отказов и среднего времени до разрушения – элементов конструкций при внешнем случайном воздействии. Несмотря на несоответствие реальным процессам накопления повреждений, линейная гипотеза является наиболее часто используемой в практических расчетах. Гипотеза автомодельности описывает уже нелинейный процесс накопления повреждений и позволяет согласовать с протеканием реальных процессов (например, усталость) их математическое описание. Логичным является дальнейший переход к нелинейному закону суммирования повреждений, когда история нагружения становится существенным фактором, влияющим на вероятностные оценки ресурса [1]

$$dz/dt = F[\lambda, z]. \quad (1)$$

В основе уравнений типа (1) лежат различные нелинейные модели накопления повреждений: Кортена-Долана, Фрейдентала, Серенсена-Козлова, Болотина, Райхера. В.В. Болотиным было предложено следующее уравнение, описывающее накопление усталостных повреждений [1]

$$dz/dt = [\rho(\lambda)/N(\lambda)] z^{[\rho(\lambda)-1]/\rho(\lambda)}, \quad (2)$$

где $\rho(\lambda)$ - невозрастающая функция амплитуды напряжений λ , $\rho(\lambda) \geq 1$. Важное значение при оценке живучести конструкций приобретает анализ и обоснование сопротивления неупругим (упруго-пластическим) деформациям. При таких условиях деформи-

рования образование предельных состояний по возникновению трещин или по окончательному разрушению оказывается возможным при числе циклов нагружения, измеряемых сотнями и тысячами. В этом случае расчет циклической несущей способности конструкций основывается на деформационных критериях сопротивления малоциклового разрушению. Для случая циклического деформирования кинетические уравнения деформационного типа можно строить по аналогии с силовыми уравнениями

$$dz/dt = F[\varepsilon, z]. \quad (3)$$

Однозначным недостатком нелинейных гипотез является как необходимость определения большого числа констант и сложность расчетных формул, так и статистический разброс прочностных свойств материала, используемого при изготовлении конструктивных элементов, что при расчете долговечности усложняет попытку получить более точные результаты.

Рассмотрение процесса накопления повреждений как компоненты двумерного марковского [3,4] позволяет использовать математический аппарат теории марковских процессов. Для получения плотности вероятности $f(z, \lambda, t)$ решают уравнение Фоккера-Планка Колмогорова (ФПК)

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial \lambda} [A_1(\lambda)f] - \frac{\partial}{\partial z} [A_2(\lambda, z)f] + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial \lambda^2} [B(\lambda)f] \quad (4)$$

с соответствующими граничными и начальными условиями. Для решения уравнения ФПК (4) вводится функция $\theta(\lambda, \omega, t)$, представляющая характеристическую функцию по переменной z и плотность вероятности по переменной λ

$$\theta(\lambda, \omega, t) = \int_0^{\infty} f(\lambda, z, t) e^{i\omega z} dz. \quad (5)$$

Исходя из свойств плотности вероятности и соотношения (5), одномерная характеристическая функция переменной z будет равна

$$\theta(\omega, t) = \int_0^{\infty} \theta(\lambda, \omega, t) d\lambda = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} f(\lambda, z, t) e^{i\omega z} dz d\lambda. \quad (6)$$

В соответствии с формулой (5) из уравнения ФПК (4) с тремя независимыми переменными получим уравнение для $\theta(\lambda, \omega, t)$ с двумя независимыми переменными λ и t путем его умножения на $e^{i\omega z}$ и интегрирования по переменной z в пределах $[0, \infty]$.

Рассмотренный вариант метода характеристических функций обладает тем недостатком, что в предложенном виде применим только для уравнений, описывающих линейное правило суммирования повреждений, т.е. при независимости $A_2(\lambda)$ от меры повреждений. При использовании нелинейных уравнений вида (1) и (2) уравнение для функции $\theta(\lambda, \omega, t)$ запишется в виде

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial \lambda} [A_1(\lambda) \theta] + i\omega \int_0^{\infty} A_2(\lambda, z) f(\lambda, z, t) e^{i\omega z} dz + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial \lambda^2} [B(\lambda) \theta] \quad (7)$$

Используя представление функции $\theta(\lambda, \omega, t)$ в виде ряда, получаем замкнутую систему обыкновенных дифференциальных уравнений относительно неизвестных коэффициентов этого ряда, после определения которых можно получить выражение для плотности вероятности меры повреждения $f(z, t)$. Далее определяются все основные показатели надежности для кумулятивных моделей накопления повреждений вероятность безотказной работы, плотность вероятности отказов, среднее время и дисперсию времени до разрушения

Выводы. В элементах конструкций происходит накопление усталостных повреждений, что может привести к его разрушению и отказу. В работе предложен подход, учитывающий нелинейность процесса накопления повреждений. Использование моделей отказов различной физической природы, применение математического аппарата теории марковских процессов позволяет решать задачи надежности элементов конструкций объектов повышенной опасности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Болотин В.В. Ресурс машин и конструкций / В.В.Болотин-М.: Машиностроение, 1990.-448 с.
2. Тихонов В.И. Марковские процессы / В.И.Тихонов, М.А.Миронов.-М.: Сов. радио, 1977.-488 с.
3. Жовдак В.А. Прогнозирование надежности элементов конструкций с учетом технологических и эксплуатационных факторов / В.А.Жовдак, И.В.Мищенко-Харьков: ХГПУ, 1999.-120 с.
4. Мищенко И.В. Постановка задачи надежности при транспортировке опасных грузов с учетом внешнего случайного кинематического воздействия / И.В.Мищенко // Проблеми надзвичайних ситуацій. Зб. наук. пр. УЦЗ України. Вип. 5. – Харків: Фоліо, 2006.-С. 150-155.

puszu.edu.ua

Мищенко І.В., Чернобай Г.О.

Вирішення задачі надійності об'єктів підвищеної небезпеки з використанням нелінійної моделі накопичення пошкоджень

Розглядається задача визначення показників надійності елементів конструкцій з використанням нелінійної моделі накопичення пошкоджень з метою запобігання аварійних ситуацій на об'єктах підвищеної небезпеки

Ключові слова: надійність, накопичення пошкоджень, втомленість, нелінійна модель

Mishchenko I.V., Chernobay G.A.

Reliability problem decision for higher danger objects using the non-linear model of the damage accumulation

The structural elements reliability characteristics calculation problem using the non-linear model of the damage accumulation is investigated to prevent the emergency situations on the higher danger objects

Key words: reliability, damage accumulation, fatigue, non-linear model