

*Калиновський А.Я., канд. техн. наук, доц., НУЦЗУ,
Лагутін В.Л., нач. курсу, НУЦЗУ,
Ларін О.М., д-р техн. наук, проф., НУЦЗУ,
Чернобай Г.О., канд. техн. наук, доц., НУЦЗУ*

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ВЕРТИКАЛЬНИХ ОДНОВІСНИХ КОЛИВАНЬ ВІЗКА ДЛЯ ТРАНСПОРТУВАННЯ НЕБЕЗПЕЧНИХ ВАНТАЖІВ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ ПНЕВМАТИЧНИХ ЕЛЕМЕНТІВ В ДРУГІЙ СТУПЕНІ ПІДВІШУВАННЯ

(представлено д-ром техн. наук Бодянським Е.В.)

Побудована математична модель одновісних вертикальних коливань візка для транспортування небезпечних вантажів, який має двоступеневе ресорне підвішування підвищеної якості із застосуванням пневмоелементів

Ключові слова: система ресорного підвішування, пневматичний пружний елемент, вертикальні коливання

Постановка проблеми. Для транспортування небезпечних, зокрема, вибухонебезпечних вантажів від місця знаходження до пункту утилізації розроблена конструкція спеціального візка [1], ресорне підвішування якого має характеристики, що задовольняють умовам безпечного транспортування, а відсутність двигуна і трансмісії обумовлює просту і надійну конструкцію.

Головною особливістю конструкції візка є застосування, на відміну від традиційного для автомобілебудування одноступеневого ресорного підвішування, додаткової другої ступені із коректором жорсткості [2-4], динамічні характеристики якої забезпечують умови безпечного транспортування.

Деякі особливості роботи цієї конструкції [5] в умовах реальної експлуатації, що можуть суттєво ускладнити підготовку до транспортування небезпечних вантажів, вирішуються застосуванням одногофрових герметичних пневматичних пружних елементів [6] в опорних точках вантажної платформи, а запропонована поворотна платформа кріплення першої осі значно підвищує ходові якості візка, особливо на криволінійних ділянках доріг.

Математична модель вертикальних одновісних коливань візка для транспортування небезпечних вантажів із застосуванням пневматичних елементів в другій ступені підвішування

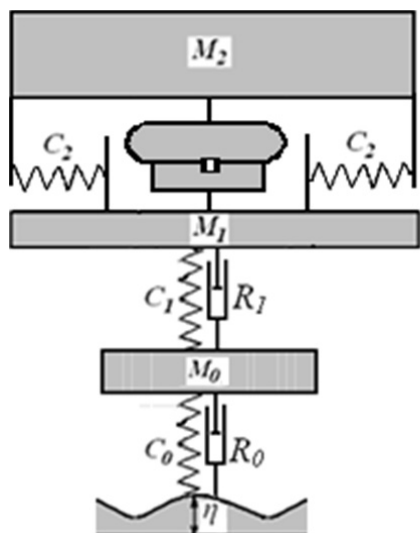
Визначення необхідних параметрів запропонованого ресорного підвішування, від яких суттєво залежать його динамічні властивості, має бути забезпечено розрахунками на математичній моделі запропонованої конструкції.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Загально-теоретичні основи складання математичних моделей та методи розрахунку систем ресорного підвішування сучасних транспортних засобів викладені в роботах [7-10], а побудова математичних моделей візка для транспортування небезпечних вантажів з металевими пружними елементами в другій ступені в роботах [11-12].

Розрахунок термодинамічних процесів при проектуванні пневматичних трактів системи ресорного підвішування, базується на теорії «наповнення – спорожнення» та квазістаціонарному методі визначення параметрів стану повітря, що викладені в роботах [13-15].

Визначення необхідних параметрів запропонованого ресорного підвішування, від яких суттєво залежать його динамічні властивості, має бути забезпечено розрахунками на математичній моделі запропонованої конструкції.

Постановка завдання та його вирішення. Маючи на увазі, що вертикальні коливання мають основний вплив на динамічні властивості транспортної системи для попередніх досліджень доцільно провести їх розрахунок на спрощеній одновісній моделі (рис. 1).



- M_2 – маса вантажної платформи,
- C_2 – жорсткість пружини коректора,
- M_1 – маса опорної платформи,
- C_1 – жорсткість торсіонів першої ступені підвішування,
- R_1 – в'язке тертя в першій ступені підвішування,
- M_0 – маса коліс візка,
- C_0 – еквівалентна жорсткість шин,
- R_0 – в'язке тертя в шинах,
- η – профіль дороги.

Рис. 1 – Одновісна механічна модель візка

Для побудови відповідної математичної моделі візок розглядається як система трьох пружно пов'язаних твердих тіл:

- вантажна платформа разом із вантажем і приведеною до неї частиною маси другої ступені ресорного підвішування, масу яких позначимо M_2 ;
- опорна платформа разом із приведених до неї частинами маси другої та першої ступені ресорного підвішування, масу яких позначимо M_1 ;
- колеса візка, сумарну масу яких позначимо M_0 .

При складанні математичної моделі використовуємо абсолютну і локальні системи координат.

Нерухома абсолютна система координат $\xi G \zeta$ (рис. 2) розташована на початку траєкторії, де знаходився центр мас вантажної платформи при відсутності вимушеного руху.

Локальні системи координат XOZ (з індексами) пов'язані з центрами мас відповідних твердих тіл, відповідають їх коливанням відносно положень статичної рівноваги і рухаються відносно абсолютної системи координат $\xi G \zeta$ з постійною швидкістю V .

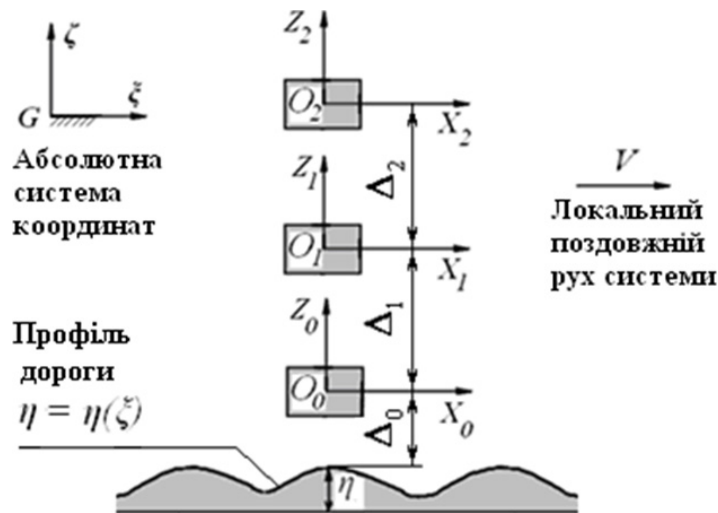


Рис. 2 – Абсолютна і локальні системи координат

Таким чином, вертикальні одновісні коливання досліджуваної механічної системи визначається наступними координатами:

- вертикальне переміщення вантажної платформи – Z_2 ;
- вертикальне переміщення опорної платформи – Z_1 ;
- вертикальне переміщення колеса візка – Z_0 .

Математична модель вертикальних одновісних коливань візка для транспортування небезпечних вантажів із застосуванням пневматичних елементів в другій ступені підвішування

Поздовжній рух системи визначається рівнянням

$$X_0 = X_1 = X_2 = X = Vt, \quad (1)$$

де V – швидкість руху, t – час.

Зважаючи на значно більшу у порівнянні із гумовими шинами жорсткість поверхні дороги в якості збудника вимушених коливань візка приймаємо абсолютно жорсткій геометричний профіль заданої конфігурації $\eta = \eta(\xi)$.

Сумарну жорсткість шин позначимо C_0 .

В першій ступені ресорного підвішування запропонованого транспортного засобу прийнята традиційна для автомобілебудування незалежна торсіонна підвіска кожного із чотирьох коліс візка. Сумарну жорсткість торсіонів позначимо C_1 .

Другу ступінь ресорного підвішування, яка складається із чотирьох пружних пневмоелементів (рис. 3) і двох коректорів жорсткості (рис. 4), моделюємо із використанням результатів досліджень, викладених раніше в роботах [16-18]. Сумарну жорсткість пружин коректорів позначимо C_2 , їх довжину у статичному положенні – L , а початкову деформацію – δ .

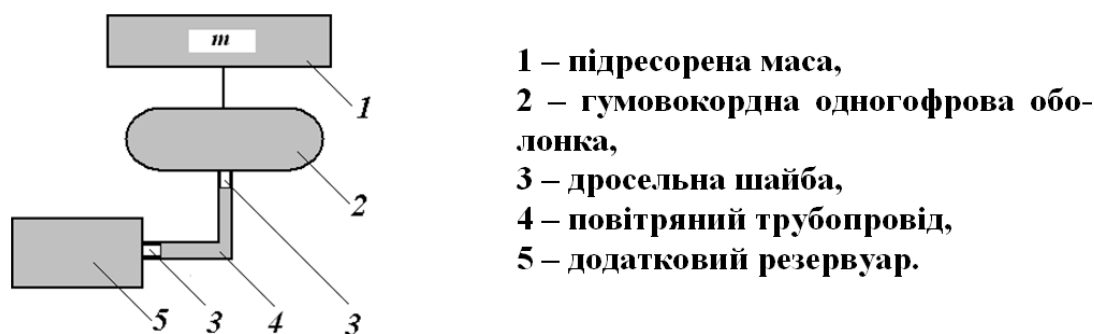


Рис. 3 – Схема пневматичного елемента другої ступені підвішування

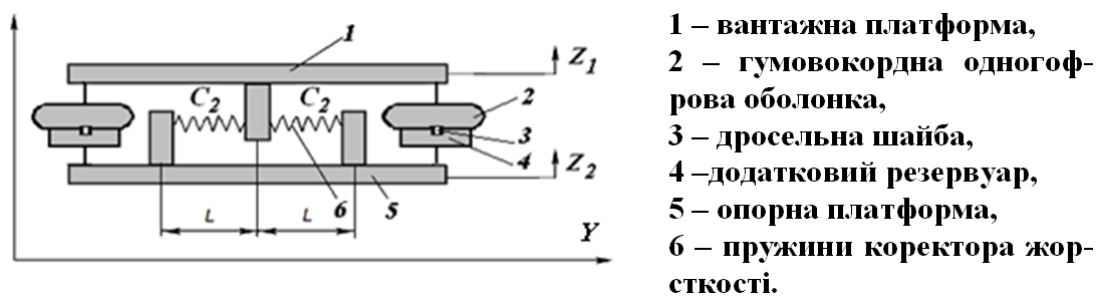


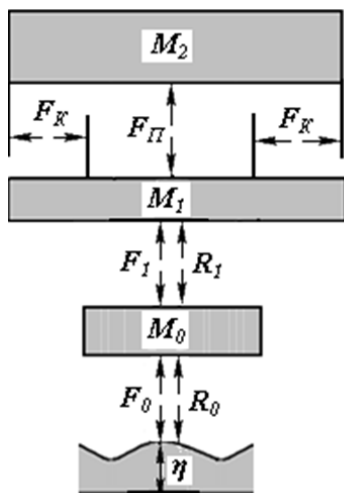
Рис. 4 – Схема модифікованого опорного елемента другої ступені пневматичного підвішування із коректором жорсткості

Аналіз конструктивних особливостей другої ступені ресорного підвішування показав, що об'єм повітряного трубопроводу значно менше ніж інших складових пневмосистеми, що дозволяє виключити його (рис. 4) із математичної моделі процесу.

Дисипативні сили в шинах та першій ступені підвішування моделюються в'язким тертям, що пропорційне відносній швидкості відповідних елементів. Дисипативні сили в пневматичних елементах другої ступені підвішування враховані у термодинамічних рівняннях.

Сили, які діють на складові елементи механічної моделі візка наведено на рисунку 5.

Диференційні рівняння коливальних процесів руху візка складаються, з урахуванням вищенаведеного, відносно положень статичної рівноваги із використанням загальних положень динаміки.



- M_2 – маса вантажної платформи,
- F_{II} – сила в пневматичному елементі другої ступені підвішування,
- F_K – сила в коректорі жорсткості другої ступені підвішування,
- M_1 – маса опорної платформи,
- F_1 – сили пружності в першій ступені підвішування,
- R_1 – сили в'язкого тертя в першій ступені підвішування,
- M_0 – маса коліс візка,
- F_0 – сили пружності шин,
- R_0 – сили в'язкого тертя в шинах,
- η – профіль дороги.

Рис. 5 – Сили, які діють на складові елементи механічної моделі візка

Для колеса

$$M_0 \ddot{Z}_0 = F_0 - F_1 + R_0 - R_1, \quad (2)$$

де F_0, F_1 – пружні сили дорівнюють

$$F_0 = C_0 \Delta_0, \quad F_1 = C_1 \Delta_1, \quad (3)$$

Математична модель вертикальних одновісних коливань візка для транспортування небезпечних вантажів із застосуванням пневматичних елементів в другій ступені підвішування

Δ_0, Δ_1 – деформації пружних елементів становлять

$$\Delta_0 = \eta - Z_0, \quad \Delta_1 = Z_0 - Z_1, \quad (4)$$

R_0, R_1 – дисипативні сили дорівнюють

$$R_0 = k_0 \dot{\Delta}_0, \quad R_1 = k_1 \dot{\Delta}_1, \quad (5)$$

$\dot{\Delta}_0, \dot{\Delta}_1$ – відносні швидкості відповідних елементів становлять

$$\dot{\Delta}_0 = \dot{\eta} - \dot{Z}_0, \quad \dot{\Delta}_1 = \dot{Z}_0 - \dot{Z}_1. \quad (6)$$

Для опорної платформи

$$M_1 \ddot{Z}_1 = F_1 - F_{II} + R_1 - 2F_K \left(\sin \frac{\Delta_2}{L} \right) \text{sign } \Delta_2, \quad (7)$$

де F_{II}, F_K – пружні сили дорівнюють в пневморесорі

$$F_{II} = P_1 S_{II}, \quad (8)$$

в коректорі

$$F_K = C_2 \left(L + \delta - \sqrt{L^2 + \Delta_2^2} \right), \quad (9)$$

де P_1 – надлишковий тиск, що обумовлений термодинамічними процесами у пневматичній оболонці і визначається рішенням відповідних рівнянь, S_{II} – ефективна площа пневматичної оболонки, що залежить від її робочої висоти, визначається експериментально і вводиться в рівняння математичної моделі геометричною залежністю

$$S_{II} = f(\Delta_2), \quad (10)$$

де Δ_2 – деформація пневморесори становить

$$\Delta_2 = Z_1 - Z_2, \quad (11)$$

Для вантажної платформи

$$M_2 \ddot{Z}_2 = F_{II} + 2F_K \sin \frac{\Delta_2}{L} \text{sign } \Delta_2 - M_2 g. \quad (12)$$

Відповідно до основ теорії «наповнення – спорожнення» та квазістаціонарного методу розрахунку при складанні математичної моделі термодинамічних процесів в двохелементній системі (рис. 6) використовуються основні закони збереження енергії та маси речовини.

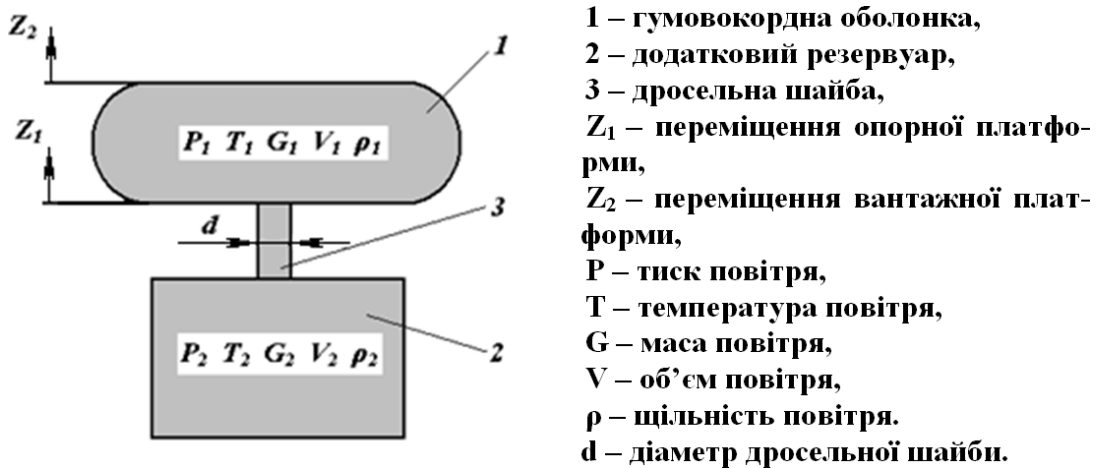


Рис. 6 – Розрахункова схема пневматичного елемента другої ступені підвішування

Термодинамічні процеси в кожному із елементів цієї системи характеризуються наступними параметрами повітря: P – тиск, T – температура, G – маса, V – об’єм, ρ – щільність, C_p – теплоємність повітря в процесі $P = \text{const}$, C_v – теплоємність повітря в процесі $V = \text{const}$, R – газова постійна.

Рівняння термодинаміки з урахуванням тепло- та масообміну, а також дроселювання повітря при його перетіканні із одного резервуару в іншій, складаються на основі закону збереження енергії – першому законі термодинаміки в диференціальній формі

$$dQ = dU + dL, \quad (13)$$

Математична модель вертикальних одновісних коливань візка для транспортування небезпечних вантажів із застосуванням пневматичних елементів в другій ступені підвішування

де Q – кількість зовнішньої теплоти, яка вноситься в систему, U – внутрішня енергія системи, L – робота, яку виконує система.

Для елементів термодинамічної системи диференціали, які входять в рівняння (13), визначаються наступним чином

$$dQ = dQ_1 + dQ_2, \quad (14)$$

де dQ_1 – кількість теплоти, яка вноситься (+) в елемент, або відводиться від нього (–) через теплообмін з навколишнім середовищем, dQ_2 – кількість теплоти, якою обмінюються між собою елементи термодинамічної системи при перетіканні повітря.

Теплообмін з навколишнім середовищем в загальному випадку має нестационарний характер, але для технічних розрахунків відносно повільних процесів при незначному діапазоні зміни температур можна використовувати рівняння теплопередачі

$$dQ_1 = kH(T - T_0)dt, \quad (15)$$

де k – стаціонарний усереднений коефіцієнт теплопередачі, H – площа поверхні теплопередачі, T – внутрішня температура, T_0 – температура навколишнього середовища.

$$dQ_2 = idG = (U + PV)dG, \quad (16)$$

де i – ентальпія елементарного перетікаючого об'єму повітря dG .

Приймаючи теплоємності C_p та C_v постійними і незалежними від температури повітря в системі (внаслідок її малої зміни) визначимо ентальпію

$$i = C_p T, \text{ або } i = (C_v + R)T. \quad (17)$$

Інші складові, що входять до рівняння (13) визначаються наступним чином

$$dU = GC_v dT + C_v T dG, \quad (18)$$

$$dL = PdV. \quad (19)$$

Враховуючи рівняння (14-19), запишемо перший закон термодинаміки (13) у вигляді

$$C_v T dG + C_v G dT + PdV = C_p T dG + kH(T - T_0) dt. \quad (20)$$

Зважаючи на невеликий діапазон зміни тиску при якому швидкість повітря не перевищує 0,5 швидкості звуку, кількість повітря, яке перетікає, наприклад, із об'єму «1» в об'єм «2» (при $P_1 > P_2$) визначається наступним чином

$$dG \cong \mu S_D \sqrt{2\rho_1(P_1 - P_2)} dt, \quad (21)$$

де μ – коефіцієнт витікання повітря, S_D – площа перерізу дросельної шайби між елементами «1» та «2», що визначає рівень розсіювання енергії в пневматичній системі і, відповідно, її демпфуючу здатність, ρ – щільність повітря.

Рівняння Клапейрона-Менделєєва характеризує стан повітря в елементах термодинамічної системи

$$PV = GRT, \quad (22)$$

або в диференціальній формі після відповідних перетворень

$$PdV + VdP - RTdG - RGdT = 0. \quad (23)$$

Замикає термодинамічну частину математичної моделі рівняння масового балансу

$$G = \sum_{i=1}^n G_i = \text{const}, \text{ або } \sum_{i=1}^n dG_i = 0, \quad (24)$$

де dG_i – кількість повітря, яким обмінюються між собою елементи пневмосистеми.

Наведені вище передумови (13-24) дозволяють побудувати термодинамічну частину математичної моделі.

Розглянемо рівняння, що визначають такт стиску пневморесори при якому тиск в ній більший ніж у додатковому резервуарі, тобто при $P_1 > P_2$.

Пневморесора:

- кількість повітря, що перетікає через дросельну шайбу із об'єму «1» в об'єм «2»

$$dG_1 \cong -\mu S_D \sqrt{2\rho_1 (P_1 - P_2)} dt, \quad (25)$$

- закон зберігання енергії

$$RT_1 dG_1 - k_1 H_1 (T_1 - T_0) dt - C_V G_1 dT_1 - P_1 dV_1 = 0, \quad (26)$$

- рівняння стану повітря

$$P_1 dV_1 + V_1 dP_1 - RT_1 dG_1 - RG_1 dT_1 = 0. \quad (27)$$

Внутрішній об'єм пневматичної оболонки, що залежить від її робочої висоти, визначається експериментально і вводиться в рівняння математичної моделі геометричною залежністю

$$V_1 = f(\Delta_2), \quad (28)$$

яка дає змогу на кожному кроці рішення диференціальних рівнянь математичної моделі визначати dV_1 .

Додатковий резервуар:

Зазначимо, що для додаткового резервуару при $V_2 = \text{const}$, $dV_2 = 0$.

- закон зберігання енергії

$$C_V T_2 dG_1 - C_V T_1 dG_1 - RT_1 dG_1 - k_2 H_2 (T_2 - T_0) dt - C_V G_2 dT_2 = 0 \quad (29)$$

- рівняння стану повітря

$$V_2 dP_2 + RT_2 dG_1 - RG_2 dT_2 = 0, \quad (30)$$

- рівняння масового балансу

$$dG_1 + dG_2 = 0. \quad (31)$$

Аналогічно, (з урахуванням відповідної зміни знаків) будуються рівняння, що визначають такт розширення пневморесори при якому тиск в ній менший ніж у додатковому резервуарі, тобто при $P_1 < P_2$.

Пневморесора:

- кількість повітря, що перетікає через дросельну шайбу із об'єму «1» в об'єм «2»

$$dG_1 \cong \mu S_D \sqrt{2\rho_2 (P_2 - P_1)} dt, \quad (32)$$

- закон зберігання енергії

$$RT_2 dG_1 - k_1 H_1 (T_1 - T_0) dt - C_V G_1 dT_1 - P_1 dV_1 - C_V T_1 dG_1 + C_V T_2 dG_1 = 0 \quad (34)$$

- рівняння стану повітря

$$P_1 dV_1 + V_1 dP_1 - RT_1 dG_1 - RG_1 dT_1 = 0. \quad (33)$$

Додатковий резервуар:

- рівняння масового балансу

$$dG_1 + dG_2 = 0, \quad (34)$$

- закон зберігання енергії

$$RT_2 dG_2 - C_V G_2 dT_2 - k_2 H_2 (T_2 - T_0) dt = 0, \quad (35)$$

- рівняння стану повітря

$$V_2 dP_2 - RT_2 dG_2 - RG_2 dT_2 = 0. \quad (36)$$

Висновки. Наведена вище спрощена одновісна математична модель візка для транспортування небезпечних вантажів, який має двоступеневе ресорне підвішування підвищеної якості, складається із системи механічних (2, 7, 12), силових (3, 5, 8, 9), геометричних (4, 6, 10, 11, 28) та термодинамічних (25-27, 29-36) диференціальних рівнянь, що визначають параметри вимушеного руху цієї системи в процесі коливань, котрі спричиняються геометричними нерівностями абсолютно жорсткого профілю дороги заданої конфігурації $\eta=\eta(\xi)$.

ЛІТЕРАТУРА

1. До питання вибору конструкції другої ступені ресорного підвішування несамохідного візка для транспортування небезпечних вантажів / Ларін О.М., Калиновський А.Я., Соколовський С.А., Чернобай Г.О. // Наук. вісник Українського науково-дослідного інституту пожежної безпеки. / Науковий журнал №1 (25), 2012 – Київ, 2012. – С. 165 – 167.
2. Алабужев П.М. и др. Виброзащитные системы с квазиулево́й жесткостью. –Л.: Машиностроение, 1986. 96 с.
3. Зайцев А.А., Радин С.Ю., Сливинский Е.В. Перспективный амортизатор для АТС // Автомобильная промышленность. Машиностроение. – 2007, №9 – С. 26–28.
4. Рыков А. А., Юрьев Г.С. Синтез упруго демпфирующих характеристик нелинейной виброзащитной системы // Материалы Сибирской научно-технической конференции «Наука. Промышленность. Оборона». – Новосибирск, 2002. С. 37 – 41.
5. Лагутин В.Л. Некоторые особенности работы второй ступени ресорного подвешивания несамоходной тележки для транспортировки опасных грузов / Лагутин В.Л. // Science and Education a New Dimension. Natural and Technical Science. Vol. 8. 2013 – Budapest: С. 110 – 112.
6. Илюшкин С.Н., Почтарь Д.Ю., Адашевский В.М., Чернобай Г.А. Тепловозы узкой колеи с пневматическим ресорным подвешиванием. – ВНИПИЭИлеспром, 1983, вып. 13, С. 9 – 10.
7. Болотин В.В. Случайные колебания упругих систем. – М.: Наука, 1979. – 336 с.

8. Гуляев В.И. и др. Прикладные задачи теории нелинейных колебательных систем. М.: Высшая школа, 1989. – 383 с.
9. Лазарян В.А. Некоторые современные проблемы динамики транспортных средств. В кн.: Нагруженность, прочность, устойчивость движения механических систем. – К.: Наук. думка, 1980. С. 3 – 43.
10. Силаев А.А. Спектральная теория поддресоривания транспортных машин. – М.: Машиностроение, 1972. – 192 с.
11. Механічна модель візка для транспортування небезпечних вантажів /Соколов Д.М., Соколовський С.А., Чернобай Г.О. // Вісті Автомобільно–дорожнього інституту: науково–виробничий збірник /АДІ ДонНТУ. – Горлівка, 2012. – № 1(14). – С. 91 – 94.
12. Побудова математичної моделі просторових коливань візка для транспортування небезпечних вантажів / Чернобай Г.О., Ларін О.М., Баркалов В.Г. //Вісник СевНТУ: зб. наук. пр. Вип. 135/2012. Серія Машиноприладобудування та транспорт. – Севастополь, 2012 – С. 105 – 109.
13. Герц Е.В. Пневматические приводы. – М.: Машиностроение, 1969. – 359 с.
14. Куценко С.М. Пневматическое рессорное подвешивание тепловозов. – Харьков: Вища школа, 1978. – 97 с.
15. Кирпичников В.Г., Адашевский В.М. Применение квазистационарного метода при исследовании термодинамических процессов в системе пневмоподвешивания локомотивов. – Весник ХПИ. – Харьков, 1977. №134, С. 3-5.
16. Калиновський А.Я. Визначення пружних характеристик другої ступені ресорного підвішування візка для транспортування небезпечних вантажів із застосуванням коректора жорсткості / Калиновський А.Я., Ларін О.М., Соколовський С.А. // Вісті Автомобільно-дорожнього інституту: науково-виробничий збірник / АДІ ДонНТУ. - Горлівка, 2012. - № 1(14). - С. 66 - 69.
17. Калиновський А.Я. Побудова математичної моделі вертикальних одинісних коливань візка для транспортування небезпечних вантажів із застосуванням пневматичних елементів в другій ступені підвішування / Калиновський А.Я., Ларін О.М., Ущипівський І.Л., Чернобай Г.О. // Про-

блеми надзвичайних ситуацій. – Харків: НУЦЗУ, 2013. –
Вип. 17. С. 58 – 66.

Калиновский А.Я., Лагутин В.Л., Ларин А.Н., Чернобай Г.А.

Математическая модель вертикальных одноосных колебаний тележки для транспортировки опасных грузов с применением пневматических элементов во второй ступени подвешивания

Построена математическая модель одноосных вертикальных колебаний тележки для транспортировки опасных грузов, которая имеет двухступенчатое рессорное подвешивание повышенного качества с применением пневмоэлементов

Ключевые слова: система рессорного подвешивания, пневматический упругий элемент, вертикальные колебания

Kalinovskiy A.Y., Lagutin V.L., Larin A.N., Chernobay G.A.

Mathematical model of vertical single-axis vibration trucks for transportation of dangerous goods with the use of pneumatic elements in the second stage suspension

The construction of a mathematical model of uniaxial heaving trolley transportation of dangerous goods, which has a two-step spring suspension of high quality using pnevmoelements

Key words: spring suspension system, pneumatic resilient element, the vertical oscillations