УДК 614.8

Абрамов Ю.А., д-р техн. наук, гл. науч. сотр., УГЗУ,
Коврегин В.В., проректор, УГЗУ,
Витько М.Н., магистр, УГЗУ

МОДЕЛИ ЧУВСТВИТЕЛЬНОГО ЭЛЕМЕНТА ДАТЧИКА ПЕРВИЧНОЙ ИНФОРМАЦИИ СИСТЕМЫ МОНИТОРИНГА ЛОКАЛЬНОГО ТИПА

Получены выражения для усредненных по объему переходной и передаточной функций чувствительного элемента датчика первичной информации системы мониторинга для одного из опасных факторов чрезвычайных ситуаций

Постановка проблемы. Обнаружение опасных факторов чрезвычайных ситуаций осуществляется с помощью систем мониторинга различного уровня. Однако все эти системы должны обладать высоким быстродействием. Повышение быстродействия систем мониторинга опасных факторов чрезвычайных ситуаций обуславливает поиск как новых физических принципов для построения, в частности, датчиков первичной информации (ДПИ), так и создание оптимальных алгоритмов обработки информации и формирования управленческих решений. Во втором случае необходимо располагать математическими моделями, которые описывают процесс получения первичной информации.

Анализ последних исследований и публикаций. Общие принципы построения глобальных систем мониторинга применительно к чрезвычайным ситуациям изложены в [1, 2]. Примеры построения локальных систем мониторинга, в частности, аэрокосмических систем, приведены в [3].

Применительно к системам мониторинга опасных факторов, которые имеют место при пожарах, наиболее полная информация содержится в [4]. В [5, 6] отмечается, что можно выделить несколько физических принципов и эффектов для реализации одного из основных элементов локальных систем мониторинга – датчиков первичной информации. Одним из таких физических эффектов, который открывает новые возможности при совершенствовании характеристик систем мониторинга опасных факторов пожаров, является эффект памяти формы.

Следует отметить, что достаточно строгого математического описания процессов, имеющих место в таком чувствительном элементе ДПИ, нет.

Постановка задачи и ее решение. Пусть в качестве чувствительного элемента ДПИ системы мониторинга одного из опасных факторов пожара используется сплав, обладающий эффектом памяти формы. Такой элемент имеет форму сплошного цилиндра, радиус и высота которого соответственно равны R и L.

Тепловые процессы в таком элементе описываются уравнением

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a\left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right) \tag{1}$$

с начальными и граничными условиями

$$\begin{aligned} &T(r,z,0) = T_0; \quad \left.\frac{\partial T}{\partial r}\right|_{r=R} = -h\left[T(R,z,t) - T_c\right]; \\ &\left.\frac{\partial T}{\partial z}\right|_{z=0} = 0; \quad \left.\frac{\partial T}{\partial z}\right|_{z=L} = -h\left[T(r,L,t) - T_c\right], \end{aligned} \tag{2}$$

где a – коэффициент температуропроводности материала; h – относительный коэффициент конвективного теплообмена; T_0 и T_c – начальное и конечное значения температуры окружающей среды.

Если ввести обозначение $\theta(r,z,t) = T(r,z,t) - T_0$, то система (1), (2) трансформируется к виду

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = a\left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial \theta}{\partial r} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2}\right); \tag{3}$$

$$\begin{aligned} &\theta(r,z,0) = 0; \quad \left.\frac{\partial \theta}{\partial r}\right|_{r=R} = -h\left[\theta(R,z,t) - \theta_0\right]; \\ &\left.\frac{\partial \theta}{\partial z}\right|_{z=0} = 0; \quad \left.\frac{\partial \theta}{\partial z}\right|_{z=L} = -h\left[\theta(r,L,t) - \theta_0\right], \end{aligned} \tag{4}$$

где учтено соотношение $\theta_0 = T_c - T_0$.

Подвергнем уравнение (3) интегральному косинус-преобразованию Фурье [7]

$$\overline{\theta}(r,\lambda_n,t)=\int\limits_0^L \theta(r,z,t)\cos\lambda_n \frac{z}{L}dz\ , \tag{5}$$

где λ_n – положительные корни трансцендентного уравнения

$$\operatorname{ctg}\lambda=\frac{\lambda}{hL}. \tag{6}$$

С учетом граничных условий (4) применение оператора (5) к уравнению (3) переводит его к следующему виду

$$\frac{d\overline{\theta}}{dt}=a\left(\frac{d^2\overline{\theta}}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{d\overline{\theta}}{dr}\right)+ah\theta_0\cos\lambda_n-a\left(\frac{\lambda_n}{L}\right)^2\overline{\theta}\ . \tag{7}$$

Применим к этому дифференциальному уравнению интегральное преобразование Ханкеля [7]

$$\overline{\overline{\theta}}(\mu_k,\lambda_n,t)=\int\limits_0^R rJ_0\left(\mu_k\frac{r}{R}\right)\overline{\theta}(r,\lambda_n,t)dr\ , \tag{8}$$

где μ_k – положительные корни трансцендентного уравнения

$$\frac{J_0(\mu)}{J_1(\mu)}=\frac{\mu}{hR}\ . \tag{9}$$

Здесь $J_0(\mu)$ и $J_1(\mu)$ – функции Бесселя нулевого и первого порядков соответственно.

Кроме того, учтем, что имеет место следующее соотношение

$$\int\limits_0^L\left(\left.\frac{\partial\theta}{\partial r}\right|_{r=R}+h\theta(r,z,t)\right)\cos\lambda_n\frac{z}{L}dz=\int\limits_0^L h\theta_0\cos\lambda_n\frac{z}{L}dz=\frac{hL\theta_0}{\lambda_n}\sin\lambda_n\ . \tag{10}$$

После соответствующего преобразования получим дифференциальное уравнение

$$\frac{d\bar{\bar{\theta}}}{dt} + a\left[\left(\frac{\lambda_n}{L}\right)^2 + \left(\frac{\mu_k}{R}\right)^2\right]\bar{\bar{\theta}} = ahRJ_0(\mu_k)\left[\frac{L}{\lambda_n}\sin\lambda_n + h\left(\frac{R}{\mu_k}\right)^2\cos\lambda_n\right]\theta_0, \quad (11)$$

которое для начальных условий (4) имеет следующее решение

$$\bar{\bar{\theta}}(\mu_k,\lambda_n,t) = \left[\left(\frac{\lambda_n}{L}\right)^2 + \left(\frac{\mu_k}{R}\right)^2\right]^{-1}\left[\frac{L}{\lambda_n}\sin\lambda_n + h\left(\frac{R}{\mu_k}\right)^2\cos\lambda_n\right]\times$$
$$\times hRJ_0(\mu_k)\theta_0\left[1-\exp\left[-a\left[\left(\frac{\lambda_n}{L}\right)^2 + \left(\frac{\mu_k}{R}\right)^2\right]t\right]\right]. \quad (12)$$

Применяя к этому выражению последовательно формулы обращения для интегральных косинус-преобразований Фурье и Ханкеля, окончательно получаем

$$\theta(r,z,t) = \frac{4h\theta_0}{RL}\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{k=1}^{\infty}\left[\frac{L}{\lambda_n}\sin\lambda_n + h\left(\frac{R}{\mu_k}\right)^2\cos\lambda_n\right]\left[1+h^2\left(\frac{L}{\lambda_n}\right)^2\right]\times$$
$$\times\left(J_0(\mu_n)\left[1+h^2\left(\frac{R}{\mu_k}\right)^2\right]\left[1+h^2\left(\frac{L}{\lambda_n}\right)^2+\frac{hL}{\lambda_n^2}\right]\left[\left(\frac{\lambda_n}{L}\right)^2+\left(\frac{\mu_k}{R}\right)^2\right]\right)^{-1}\times \quad (13)$$
$$\times\cos\lambda_n\frac{z}{L}J_0\left(\mu_k\frac{r}{R}\right)\times\left[1-\exp\left[-a\left[\left(\frac{\lambda_n}{L}\right)^2+\left(\frac{\mu_k}{R}\right)^2\right]t\right]\right].$$

Выражение (13) представляет собой локальную переходную функцию чувствительного элемента ДПИ [5, 6].

В реальных условиях чувствительный элемент ДПИ реагирует на усредненное по объему значение температуры. Тогда для усредненного значения выходного сигнала чувствительного элемента ДПИ можно записать

$$\theta(t) = \frac{2}{R^2L}\int_0^L\int_0^R r\theta(r,z,t)\,drdz =$$

$$
= \frac{8h^2\theta_0}{L^2}\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{k=1}^{\infty}\ \sin^2\lambda_n\left[\left(\frac{L}{\lambda_n}\right)^2+\left(\frac{R}{\mu_k}\right)^2\right]\left[1+h^2\left(\frac{L}{\lambda_n}\right)^2\right]\times
$$

$$
\times\left(\mu_k^2\left[1+h^2\left(\frac{R}{\mu_k}\right)^2\right]\left[1+h^2\left(\frac{L}{\lambda_n}\right)^2+\frac{hL}{\lambda_n^2}\right]\left[\left(\frac{\lambda_n}{L}\right)^2+\left(\frac{\mu_k}{R}\right)^2\right]\right)^{-1}\times \qquad (14)
$$

$$
\times\left[1-\exp\left[-a\left[\left(\frac{\lambda_n}{L}\right)^2+\left(\frac{\mu_k}{R}\right)^2\right]t\right]\right].
$$

Здесь учтено соотношение (6). Выражение (14) представляет собой усредненную переходную функцию чувствительного элемента ДПИ [6].

Тогда с учетом (14) можно записать выражение для усредненной передаточной функции чувствительного элемента ДПИ, т.е.

$$
W(p)=\theta_0^{-1}p\Im(\theta(t)), \qquad (15)
$$

где $\Im$ – оператор интегрального преобразования Лапласа.

Объединяя (14) и (15) получаем

$$
W(p)=\frac{8h^2}{L^2}\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{k=1}^{\infty}\ \sin^2\lambda_n\left[\left(\frac{L}{\lambda_n}\right)^2+\left(\frac{R}{\mu_k}\right)^2\right]\left[1+h^2\left(\frac{L}{\lambda_n}\right)^2\right]\times
$$

$$
\times\left(\mu_k^2\left[1+h^2\left(\frac{R}{\mu_k}\right)^2\right]\left[1+h^2\left(\frac{L}{\lambda_n}\right)^2+\frac{hL}{\lambda_n^2}\right]\left[\left(\frac{\lambda_n}{L}\right)^2+\left(\frac{\mu_k}{R}\right)^2\right]\right)^{-1}\times \qquad (16)
$$

$$
\times\left[\left(a\left[\left(\frac{\lambda_n}{L}\right)^2+\left(\frac{\mu_k}{R}\right)^2\right]\right)^{-1}p+1\right].
$$

В первом приближении в выражениях (14) и (16) можно положить $n=k=1$. Такой подход целесообразно применять при решении задач, связанных с оценкой быстродействия ДПИ.

Выводы. Получены математические модели чувствительного элемента ДПИ, который имеет форму прямого кругового цилиндра и один из торцов которого теплоизолирован. Модели представлены в виде усредненных по объему чувствительного элемента переходных и передаточных функций, что создает предпосылки для использования классических методов теории автоматического управления при решении задач анализа или синтеза систем мониторинга опасных факторов пожара.

ЛИТЕРАТУРА

1. Абрамов Ю.О., Гринченко Є.М., Кірочкін О.Ю. та ін. Моніторинг надзвичайних ситуацій. – Х.: АЦЗУ, 2005. – 530 с.
2. Абрамов Ю.А., Росоха В.Е., Тютюник В.В. и др. Основы мониторинга и управления в условиях чрезвычайных ситуаций. – Х.: АГЗУ, 2005. – 257 с.
3. Абрамов Ю.А., Тютюник В.В., Шевченко Р.И. Аэрокосмический мониторинг. – Х.: АГЗУ, 2006. – 172 с.
4. Котов А.Г. Пожаротушение и системы безопасности. – К.: Репро – Графика, 2003. – 270 с.
5. Абрамов Ю.А., Куринный Е.В. Точечные тепловые пожарные извещатели максимального типа. – Х.: АГЗУ, 2005. – 129 с.
6. Абрамов Ю.А., Гвоздь В.М. Терморезистивные тепловые пожарные извещатели с улучшенными характеристиками и методы их температурных испытаний. – Х.: АГЗУ, 2005. – 121 с.
7. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. – М.: Наука, 1968. – 720 с.