

УДК 504.056

*Яковлева И.А., канд. техн. наук, проф., УГЗУ,
Панина Е.А., преп., УГЗУ,
Малежик А.В., адъюнкт, УГЗУ*

ПРИМЕНЕНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРЕТО В ЗАДАЧАХ ОЦЕНКИ ВЕРОЯТНОСТИ ВОЗНИКНОВЕНИЯ АВАРИЙ НА ХИМИЧЕСКИХ ПРЕДПРИЯТИЯХ

(представлено д-ром физ.-мат. наук Созником А.П.)

В статье рассматривается один из подходов к оценке вероятностей возникновения аварий на нефтехимических предприятиях. В качестве степенного распределения вероятности возникновения аварийных событий на этих предприятиях предлагается использовать распределения Парето.

Постановка проблемы. Химические объекты с сильнодействующими токсическими и отравляющими веществами (СДТОВ) являются одними из наиболее опасных видов производств: на них производится, перерабатывается, хранится, транспортируется большое количество опасных веществ, расположены такие заводы, как правило, вблизи крупных населенных пунктов и т.п. Кроме того, для этой отрасли характерна высокая концентрация производства, что лишь увеличивает создаваемую ими потенциальную техногенную опасность. Одной из важных задач при обеспечении промышленной безопасности на таких объектах является разработка мероприятий, направленных на снижение риска эксплуатации производства, который включает оценку и прогноз вероятности аварий на этих объектах. В настоящее время существует большое количество методов и подходов к такого рода оценкам, что связано со слабой изученностью данного вопроса [1].

В данной работе для оценки вероятности аварий на объектах с СДТОВ, предлагается использовать степенной закон распределения вероятностей.

Анализ последних исследований и публикаций. Многие сложные системы описываются степенными законами распределения вероятностей

$$p(x) \approx x^{(1+\alpha)}, \quad (1)$$

где показатель α – некоторый числовой параметр (обычно лежит в диапазоне от нуля до единицы [1]). В качестве классического примера можно привести закон Рихтера-Гутенберга: зависимость количества землетрясений от их энергии определяется формулой (1) с $\alpha \approx 2/3$ для землетрясений с магнитудой менее 7,5 и с $\alpha \approx 1$ для более сильных [2].

Как показывает анализ литературы, подобный подход использовался для определения: относительной смертности в результате землетрясений $\alpha \approx 0,25 \dots 0,45$, ураганов $\alpha \approx 0,4 \dots 0,6$, а также наводнений и торнадо $\alpha \approx 1,4$; число заболевших $\alpha \approx 0,29$ при эпидемиях в изолированных популяциях; площади лесных пожаров $\alpha \approx 0,59$; колебаний биржевых индексов $\alpha \approx 1,4$; массы снежных лавин [3-5].

Постановка задачи и ее решение. При анализе статистических данных по крупнейшим катастрофам выясняется, что они проявляют весьма необычные особенности, плохо укладывающиеся в привычные представления. Так, при Тянь-Шанском землетрясении 28.07.1976 г. в Китае погибло (по разным источникам) от 240 до 650 тыс. человек, что в десятки тысяч раз превосходит число погибших при обычном, "рядовом" разрушительном землетрясении.

Эта же закономерность наблюдается для наводнений. При наводнении 1931 г. на реке Янцзы в Китае погибло около 1,3 млн чел. Наводнение 1970 г. в Бангладеш вызвало гибель более 500 тыс. чел. Гигантские экстраординарные значения наблюдаются и для стоимостных характеристик ущерба, что типично для наиболее экономически развитых стран. При этом перечисленные катастрофы (происшедшие в нашем столетии), по-видимому, не являются максимально возможными. Во всяком случае, летописные источники и древнейшие памятники человечества описывают еще более разрушительные катаклизмы. Таким образом, в ряду ущербов от катастроф изредка встречаются суперэкстремальные значения, несоизмеримые по величине со значениями для подавляющей части событий. Ущерб от этих суперэкстремальных событий сравним с суммарным ущербом от всех катастроф за тот же период времени.

С большой долей уверенности можно предполагать, что распределения с «тяжелыми хвостами» характерны не только для потерь от природных катастроф, но также и для потерь от техногенных катастроф типа Чернобыльской аварии, разливов нефти в мо-

рях в результате аварий танкеров, аварий химических предприятий, пожаров, разрушений нефтепроводов, аварий глобальных компьютерных сетей и т.п. Этот вопрос требует дальнейшего тщательного изучения.

В терминах оценки безопасности и риска «хвост» распределения соответствует так называемым гипотетическим авариям, возможность которых, как это явствует уже из самого названия, на практике не учитывается. Наличие степенных законов распределения вероятностей в корне подрывает существовавшие до последнего времени представления о надежности и риске. Эти представления базируются на явном, а чаще всего неявном, предположении, что серьезные неприятности происходят исключительно в результате неблагоприятного стечения ряда обстоятельств. То есть, что любое крупное событие возникает как сумма большого числа мелких независимых событий, которая в силу центральной предельной теоремы нормально распределена [6].

Объекты, содержащие СДТОВ, безусловно, являются сложной системой с множеством элементов и количеством связей между ними. Сделаем предположение о возможности описания распределения вероятностей аварийных событий на этих предприятиях с использованием степенного закона распределения вероятностей.

Простейшим распределением, имеющим тяжелый «хвост», является так называемое распределение Парето [1], для которого функция распределения $F(x) = \text{Prob}\{\zeta < x\}$, определяющая вероятность того, что соответствующая случайная величина принимает значение, меньшее x , задается соотношением

$$F(x) = \begin{cases} 1 - x^{-\alpha}, & x \geq 1 \\ 0, & x < 1 \end{cases}, \quad \alpha > 0. \quad (2)$$

Соответственно, плотность вероятности –

$$\varphi(x) = F'(x) \approx x^{-(1+\alpha)}. \quad (3)$$

Особенность, связанная с такими распределениями, состоит в том, что моменты достаточно высокого порядка

$$M_q = Ex^q = \int x^q dF(x) \quad (4)$$

у них расходятся

$$M_q = \infty, \quad \text{если } q > \alpha. \quad (5)$$

Оценка максимального правдоподобия $\hat{\alpha}$ для параметра α имеет вид

$$\hat{\alpha} = \left[\frac{1}{n} \sum_i^n \ln \left(\frac{x_i}{x_0} \right) \right]^{-1}, \quad (6)$$

а в качестве разброса этой оценки можно взять стандартное отклонение [1]

$$\sigma_\alpha = \hat{\alpha} / \sqrt{n}. \quad (7)$$

Определение характерного периода повторяемости катастроф может быть проведено на основе каталогов катастроф длительностью больше периода их повторяемости либо физически обоснованных ограничений на величину возможных бедствий. Однако оба эти подхода не дают пока удовлетворительного результата [1]. Так как временной период «жизни» крупных химических предприятий крайне мал, а развитие этой отрасли продолжается, то даже накопленная статистика является мало информативной. Период повторяемости крупных аварий на химических предприятиях назвать весьма затруднительно. Такие же проблемы возникают и с физической (экономической) оценкой силы возможной катастрофы. В связи с этим, для описания потерь от аварий на химических производствах предлагается использовать усеченное распределение Парето с функцией распределения [1].

$$F(x) = \begin{cases} 1, & x > x_0 \\ \frac{1 - x^{-\alpha}}{1 - x_0^{-\alpha}}, & 1 \leq x \leq x_0. \\ 0, & x < 1 \end{cases} \quad (8)$$

Точка усечения x_0 оценивается, исходя из выборки x_1, x_2, \dots, x_n . В работе [7] для оценки x_0 получена несмещенная

оценка \hat{x}_0 , которая имеет максимальную дисперсию среди всех несмещенных оценок

$$\hat{x}_0 \cong m_n + \frac{1}{n\beta(m_n/m_0)} \pm \frac{1}{n\beta(m_n/m_0)}, \quad (9)$$

где m_n – максимальное значение x из выборки,
 m_0 – значение некоторого известного порога,
 $\beta(x/x_0) \cong F'(x/x_0)$ – плотность вероятности.

Подставив в (9) усеченный закон Парето (8), получим

$$\hat{x}_0 \cong m_n + \frac{m_n^{1+\alpha}}{n\alpha} \pm \frac{m_n^{1+\alpha}}{n\alpha}. \quad (10)$$

В качестве приближенной оценки точки перелома, где нелинейный эффект роста суммарного эффекта сменяется линейным, можно принять следующие значения n^* [1]

$$n^* \cong 1,5 \ln 2x_0^\alpha \cong x_0^\alpha \quad (11)$$

Переходя к оценкам параметров, получим [1]

$$n^* \cong \hat{x}_0^{\hat{\alpha}} \cong \left(m_n + \frac{m_n^{1+\hat{\alpha}}}{n\hat{\alpha}} \right)^{\hat{\alpha}}. \quad (12)$$

Следует отметить низкую надежность практических оценок параметров α и n^* из-за малочисленности статистических данных в области больших значений [1]. Но, несмотря на это, даже если стандартное отклонение величины n^* имеет порядок самой величины, такая оценка несет грубую информацию о диапазоне значений n , в котором плотность вероятности убывает гораздо быстрее, чем для умеренных значений.

Выводы. При анализе промышленной безопасности конкретного производства целесообразно исходить из предположения о степенной зависимости распределения вероятностей возникновения аварий, взяв за основу усеченное распределение Парето.

Можно предположить, что полученные во многих декларациях промышленной безопасности значения вероятностей возникновения аварий на объектах со СДТОВ являются некорректными по причине наличия многих неопределенностей при анализе уровня их промышленной безопасности. Поэтому, в силу большой сложности прогнозирования возникновения аварий на конкретном производстве, целесообразно в декларациях промышленной безопасности давать оценку аварийности в целом по отрасли, построенную на приведенном в данной работе подходе к вычислению вероятностей аварий.

ЛИТЕРАТУРА

1. Владимиров В.А., Воробьев Ю.Л., Салов С.С. и др. Управление риском. – М.: Наука, 2000. – 431 с.
2. Голицын Г.С. Землетрясения с точки зрения теории подобия // ДАН. – 1996. Т.346, №4. – С. 536-539.
3. Rhodes C.J., Anderson R.M. Power laws governing epidemics in isolated populations // Nature. 1996. V.381. P.600-602.
4. Turcotte D. Fractals and Chaos in Geology and Geophysics. Cambridge Univ. Press, 1997 (Second Edition).
5. Bak P. How nature works: the science of self-organized criticality. - Springer-Verlag New York, Inc. 1996 – 205 p.
6. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. Т.2. - М.: Мир, 1967. – 752 с.
7. Писаренко В.Ф. О наилучшей статистической оценке возможной магнитуды землетрясения // ДАН, 1995. – Т.344, №2. – С. 237-239.