

*Горносталь С.А., преп., УГЗУ,  
Созник А.П., д-р физ.-мат. наук, проф., УГЗУ*

## **ПОСТРОЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПРОЦЕССОВ, ПРОИСХОДЯЩИХ В РЕГЕНЕРАТОРЕ АЭРОТЕНКА**

Рассмотрены основные процессы, происходящие в регенераторе. Предложена математическая модель, учитывающая процессы образования хлопьев и дисперсных бактерий, трансформацию загрязнений в биомассу активного ила, а также образование продуктов автолиза

**Постановка проблемы.** В настоящее время в МЧС Украины уделяется большое внимание предотвращению и реагированию на чрезвычайные ситуации техногенного характера [1]. В частности, в Экспозиционном центре «Наука» НАН Украины в 2008 году МЧС Украины представлены результаты научных исследований, связанных с проблемами в области очистки вод, и разработки приборов обеспечения охраны от загрязнений и мониторинга состояния окружающей среды.

Проблеме очистки вод уделяется большое внимание потому, что биологическая очистка представляет собой чрезвычайно сложное явление, в котором взаимосвязаны разнообразные физико-химические процессы. В механизме очистки участвует большое количество микроорганизмов со специфическими свойствами взаимодействия между собой и с органическими веществами, поступающими со сточными водами. Основные параметры этого процесса должны быть взаимосвязаны, а именно: объем аэротенка, количество и окисляемость загрязнений, время контакта загрязнений с активным илом. Существенное влияние на качество очистки сточных вод оказывает способность активного ила к оседанию, которая определяется всеми перечисленными параметрами и должна соответствовать времени нахождения ила во вторичном отстойнике.

Процесс биологической очистки сточных вод можно описать как непосредственный контакт загрязнений, содержащихся в сточных водах, с оптимальным количеством микроорганизмов активного ила. Протекает этот процесс в присутствии необходимого количества растворенного кислорода в течение определенного пери-

ода времени. В дальнейшем для отделения активного ила от очищенной воды смесь поступает на отстаивание.

Как отмечено в [2], в Харьковской области ежегодно увеличивается объем сточных вод сбрасываемых в водоемы области. Основным источником загрязнений водоемов является сброс недостаточно очищенных и неочищенных бытовых и промышленных сточных вод. Такой сброс можно связать с нарушениями в режиме работы системы аэротенк – вторичный отстойник (вынос активного ила), которые и приводят к попаданию в водоем загрязнений в концентрациях, превышающих допустимые [3, 4]. В результате, как показано в [2-6], это может стать причиной возникновения чрезвычайных ситуаций, связанных с угрозой возникновения различных эпидемий.

**Анализ последних исследований и публикаций.** Предотвращению загрязнений водоемов сбрасываемыми в них бытовыми и производственными сточными водами в настоящее время уделяется очень серьезное внимание [5, 6]. Для описания процессов, происходящих в системе аэротенк – вторичный отстойник, широко используются методы математического моделирования. Существенным моментом моделей [7-11] является тот факт, что всю цепочку взаимопревращений от входа в аэротенк сточных вод и активного ила и до выхода из вторичного отстойника очищенной воды обычно описывают одной системой уравнений для различных величин. В качестве таких величин чаще всего рассматривают концентрацию субстрата, активного ила (с разделением на отдельные составляющие или без разделения), кислорода и продуктов автолиза [10]. В моделях [7-11] рассматриваются процессы, происходящие в идеальных реакторах типа: реактор периодического действия, реактор идеального перемешивания и проточный реактор идеального вытеснения. Поэтому такой подход, как было показано в [12], является значительно упрощенным и грубым, что приводит либо к недооценке, либо к переоценке существенных факторов очистки сточных вод, так как существующие системы очистки не являются идеальными реакторами.

**Постановка задачи и ее решение.** Исходя из проведенного анализа [12], нами предлагается все стадии очистки в системе аэротенк – вторичный отстойник условно разделить на четыре фазы, в каждой из которых происходят свои специфические физико-химические процессы. Хотя эти фазы и являются взаимосвязанными, описание явлений в каждой фазе должно, на наш взгляд,

опираться на свою математическую модель. При этом результаты моделирования в каждой фазе должны быть согласованы между собой. Рассматриваемое деление на четыре фазы соответствует конструкции четырех коридорного аэротенка смешительного типа с регенератором и рассредоточенной подачей сточных вод и вторичного отстойника радиального типа.

Рассмотрим более детально первую фазу, протекающую в первом коридоре аэротенка, который представляет собой регенератор. Активный ил, в основном в виде хлопьев, поступает на регенерацию для восстановления своих сорбционных и окислительных свойств. Для насыщения ила кислородом происходит интенсивное аэрирование его воздухом по всей длине коридора. В регенераторе количество остаточных загрязнений, поступающих вместе с илом, мало. Активный ил характеризуется количественным преобладанием в своем составе хлопьев ( $N_X$ ) и незначительным количеством дисперсных бактерий ( $N_D$ ). Обычно, иловый индекс на входе в регенератор  $J_{вх.рег} \leq 100-120$  мг/л, а доза ила  $a_{вх.рег} \approx 10$  г/л [3]. Значения этих величин характеризует способность ила к оседанию.

Образование хлопьев происходит в основном в четвертом коридоре аэротенка и во вторичном отстойнике и обусловлено практически полным окислением органических соединений сточных вод [13]. При интенсивной аэрации возникают большие турбулентные движения жидкости, которые приводят к разрушению хлопьев ила на дисперсные составляющие. Одновременно осуществляется синтез клеток микроорганизмов и окисление трудно окисляемых азотосодержащих органических веществ. Основным строительным материалом для синтеза служат органические вещества, которые были сорбированы хлопьями на выходе из аэротенка и не были израсходованы в отстойнике, а также продукты автолиза.

Такие явления способствуют тому, что к моменту подачи сточных вод во второй коридор аэротенка возникает значительное количество «голодных» дисперсных бактерий, то есть, происходит подготовка микроорганизмов к процессу интенсивного поглощения и переработки органических веществ, содержащихся в сточных водах. Образование дисперсных бактерий является существенным моментом регенерации, так как такие микроорганизмы окисляют органические вещества сточных вод более интенсивно,

чем хлопья. Одновременно в этой фазе происходят процессы автолиза [10] и хищническое уничтожение бактерий бактериофагами и простейшими.

В связи со сказанным выше, отметим, что процессы, происходящие в этой фазе, а также ее длительность оказывают существенное влияние на количество микроорганизмов, поступающих во вторую фазу, а значит и на стабильность работы аэротенка. Поэтому длина первого коридора, количество подаваемого активного ила и воздуха определяют время прохождения рассмотренных выше процессов.

Таким образом, взаимопревращение микроорганизмов в первой фазе можно описать моделью, согласно которой происходит уменьшение количества  $N_X$  и увеличение за счет этого количества  $N_D$  с одновременным уменьшением  $N_D$  за счет самоокисления и отмирания. На выходе из регенератора соотношение  $N_D > N_X$ . Иловый индекс на выходе из регенератора, как правило,  $J_{\text{вых.рег}} > 120$  мг/л, а доза ила  $a_{\text{вых.рег}} \approx 6-7$  г/л [4], то есть способность ила к оседанию уменьшается.

Для математического описания явлений, происходящих в регенераторе, будем исходить из известной работы [14], идеи которой были в определенной мере детализированы в [7-11]. Как и в [7-11] будем считать, что происходящие в регенераторе процессы в достаточной мере обеспечены кислородом.

В регенераторе в результате турбулентного движения активного ила, вызываемого интенсивной подачей воздуха, происходит эрозия хлопьев ила и противоположный ей процесс агрегации. Учитывая этот факт, для скорости изменения концентрации хлопьев  $X$  можно записать уравнение

$$\frac{dX}{dt} = \frac{\mu(L+S)}{K_L+L} X + K_2 GXZ - \beta X, \quad (1)$$

где  $L$  - концентрация загрязнений;  $\mu$  - максимальная удельная скорость роста хлопьев;  $K_L$  - константа полунасыщения;  $Z$  - концентрация дисперсных бактерий;  $k_2$  - числовой коэффициент;  $G$  - градиент скорости в турбулентном потоке;  $\beta$  - удельная скорость отмирания хлопьев;  $S$  - концентрация продуктов автолиза.

В (1) первое слагаемое справа соответствует стандартной модели Моно [15], модифицированной введением множителя  $(L+S)$ ,

который учитывает, что рост хлопьев обусловлен не только потреблением субстрата, но и продуктов автолиза  $S$ . Второе, введенное нами слагаемое, описывает увеличение концентрации хлопьев за счет процесса агрегации дисперсных бактерий в хлопья. Третье слагаемое в (1) учитывает убывание хлопьев за счет их отмирания и хищнического уничтожения.

Для описания изменения концентрации дисперсных бактерий нами предлагается следующее уравнение

$$\frac{dZ}{dt} = k_1 G^m X - k_2 GZX + \frac{\mu(L+S)}{K_L + L} Z, \quad (2)$$

где  $k_1$  и  $m$  - константы.

Отметим, что в (2) два первых слагаемых справа соответствуют модели, рассмотренной в [7]. Третье слагаемое в (2) учитывает увеличение концентрации дисперсных бактерий за счет окисления субстрата и продуктов автолиза.

Изменение концентрации продуктов автолиза согласно [10] будем описывать уравнением

$$\frac{dS}{dt} = (k_3 - k_4 S)(X + Z), \quad (3)$$

где  $k_3$  - константа скорости образования продуктов автолиза;  $k_4$  - константа скорости окисления продуктов автолиза.

Отметим, что в (3) нами в отличие от [11] учтено, что автолиз является результатом деятельности хлопьев и дисперсных бактерий. Как и в модели Моно [15] изменение концентрации субстрата описываем уравнением

$$\frac{dL}{dt} = -\frac{1}{Y} \frac{\mu}{K_L + L} (X + Z)L, \quad (4)$$

где  $Y$  - коэффициент трансформации субстрата в биомассу. В (4) нами в отличие от [7] учтено также, что биомассу составляют хлопья и дисперсные бактерии.

Предложенные выше уравнения (1)-(4) представляют собой систему нелинейных дифференциальных уравнений первого порядка. Исходя из физических соображений [7-11], решение этой

системы следует искать с такими начальными условиями:  $X(0) = X_i$ ,  $Z(0) = 0$ ,  $S(0) = S_i$ ,  $L(0) = L_i$ . В этих граничных условиях нами учтено, что на входе в регенератор дисперсные бактерии практически отсутствуют, так как они не обладают седиментационными свойствами и выносятся вместе с очищенной водой. Нами предполагается также, что продукты автолиза образуются уже в процессе отстаивания и в определенной концентрации  $S_i$  поступают в регенератор. Величина  $L_i$  описывает концентрацию остаточного сорбированного хлопьями субстрата.

Решение системы (1)-(4) следует рассматривать на временном интервале  $[0, T_p]$ . Время регенерации  $T_p$  определяется равенством  $T_p = V_p/Q_p$ , где  $V_p$  - объем регенератора, м<sup>3</sup>, а  $Q_p$  - расход активного ила, м<sup>3</sup>/с. Полученные в результате решения системы (1)-(4) значения концентраций  $X(T_p)$ ,  $Z(T_p)$ ,  $S(T_p)$  и  $L(T_p)$  следует рассматривать как исходные концентрации для описания процессов во второй фазе аэротенка

**Выводы.** Решение задачи описания происходящих в регенераторе процессов является составной частью проблемы исследования всех явлений биологической очистки сточных вод. Нами предложена система четырех обыкновенных дифференциальных уравнений, которые описывают изменения концентраций хлопьев, дисперсных бактерий, продуктов автолиза и субстрата в регенераторе аэротенка, то есть в первой фазе процесса очистки.

## ЛИТЕРАТУРА

1. [http://www.mns.gov.ua/news\\_show.php?news\\_id=7544&p=1](http://www.mns.gov.ua/news_show.php?news_id=7544&p=1)
2. Кравчук А.Л., Капусник І.В. Екологічна ситуація в Харківській області. / Экология и здоровье человека. Охрана водного и воздушного бассейнов. Утилизация отходов. / Сб.научн.трудов XII междунар.научно-техн.конф.// Под ред. С.В. Разметаева, В.Ф. Костенко: Том II. – Х., 2004. – С.19-22.
3. “Охрана поверхностных вод от загрязнения” СанПиН № 4630-88. М.: Стройиздат, 1988. – 119 с.
4. СНиП 2.04.03-85 «Канализация. Наружные сети и сооружения» - М.: Стройиздат, 1985. – 75 с.
5. Національна доповідь про стан техногенної та природної безпеки в Україні у 2006 році. – К.: 2007. – 236 с.

6. Таварткіладзе І. М., Федорець М. В., Чібіряков В. К. Розрахунок балансового рівняння для визначення віку біоценозу. Зб. наук. пр. “Науково-практичні проблеми моделювання та прогнозування надзвичайних ситуацій”. – Київ. - №5, 2002. – С.115 – 118.
7. Вавилин В.А., Васильев В.Б. Математическое моделирование процессов биологической очистки сточных вод активным илом. М.: Наука, 1979. – 119 с.
8. Брагинский Л.Н. и др. Моделирование аэрационных сооружений для очистки сточных вод. – Л.: Химия, 1980. – 144 с.
9. Вавилин В.А. Нелинейные модели биологической очистки и процессов самоочищения в реках. М.: Наука, 1983. – 158 с.
10. Олійник О.Я., Зябліков С.М. Особливості моделювання очистки стічних вод у системі аеротенк-відстійник-регенератор Зб.наук.пр. “Проблеми водопостачання, водовідведення та гідравліки”. — Київ: - Вип. 4, 2005. — С. 46-53.
11. Шарифуллин В.Н., Зиятдинов Н.Н., Конончук О.Л. Моделирование системы аэробной биоочистки сточных вод. //Биотехнология. – М., 1999. - №5. – С.55-60.
12. Созник А.П., Горносталь С.А. Анализ существующих моделей аэробной биологической очистки. – Харків: УЦЗУ, 2007. – С.121-127.
13. Карюхина Т.А., Чурбанова И.Н. Химия воды и микробиология. – М.: Стройиздат, 1995. – 208 с.
14. Вольтерра В. Математическая теория борьбы за существование. М.: Наука, 1976. - 288 с.
15. Monod J. La technique de culture continue theorie and applications. – Ann. Institut Pasteur, 1950. – 79 с.