

УДК 614.8

*Горносталь С.А., преп., УГЗУ,  
Созник А.П., д-р физ.-мат. наук, проф., УГЗУ*

### **АНАЛИЗ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПРОЦЕССОВ, ПРОИСХОДЯЩИХ В РЕГЕНЕРАТОРЕ АЭРОТЕНКА**

На основе численного решения системы дифференциальных уравнений, описывающей явления восстановления окислительной способности активного ила в регенераторе, проведен анализ полученных результатов. Рассмотрено влияние величин различных параметров, входящих в уравнения, на физические значения концентраций составляющих ила, субстрата и продуктов автолиза

**Постановка проблемы.** Действующее водное законодательство Украины основывается на двух базовых стратегиях защиты, сохранения и улучшения качества природных водоемов [1]: стандартах качества водной среды, стандартах сбросов. Несмотря на довольно жесткие требования [1], предъявляемые к качеству сточных вод, сбрасываемых в водоем, а также на значительное сокращение объемов промышленного производства, за прошедшее десятилетие не произошло заметного улучшения качества природных водных объектов. В районах сброса сточных вод продолжается интенсивное загрязнение и накопление промышленных загрязнений, потенциально опасных веществ, что приводит к возникновению чрезвычайных ситуаций, характеризующихся наличием или угрозой гибели людей и животных, или значительным ухудшением условий их жизнедеятельности. По последним оценкам министерства здравоохранения до 75% вспышек инфекционных заболеваний и увеличение их количества за последние 3-5 лет связано с использованием воды для хозяйственно-питьевых нужд из загрязненных поверхностных источников [2-3].

**Анализ последних исследований и публикаций.** Созданию математических моделей, описывающих процессы, происхо-

дящие в сооружениях биологической очистки, посвящено достаточно много публикаций. Наиболее полно и достаточно разносторонне основные моменты рассматриваемой проблемы представлены в обзорах и работах [4-11]. При этом все процессы взаимопревращений от входа в аэротенк активного ила и сточных вод и до выхода из вторичного отстойника очищенной воды и осевшего ила обычно описывают одной системой уравнений, содержащей разное количество уравнений, для различных физических величин. Кроме того, в моделях [4-9], как отмечено в [10, 11], рассматривают обычно реакторы идеального типа.

**Постановка задачи и ее решение.** Нами [10] предложено весь процесс биологической очистки разделить на четыре фазы. Первая фаза описывает явления восстановления активных свойств ила в регенераторе. Уточненная по сравнению с [11] математическая модель процессов, происходящих в регенераторе, представляет собой систему следующих нелинейных дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\frac{dX}{dt} = \frac{\mu L}{K_L + L} X + k_2 G X Z - \beta X + k_4 S X - k_1 G^m X, \quad (1)$$

$$\frac{dZ}{dt} = k_1 G^m X - k_2 G Z X + \frac{\mu L}{K_L + L} Z - \lambda Z + k_4 S Z, \quad (2)$$

$$\frac{dS}{dt} = (k_3 - k_4 S)(X + Z), \quad (3)$$

$$\frac{dL}{dt} = -\frac{1}{Y} \frac{\mu}{K_L + L} (X + Z) L, \quad (4)$$

где  $X$ ,  $Z$ ,  $S$ ,  $L$  - концентрации, соответственно, хлопьев, дисперсных бактерий, продуктов автолиза и загрязнений (субстрата);  $\mu$  - максимальная удельная скорость роста хлопьев;  $K_L$  - константа полунасыщения,  $k_2$  - константа скорости агрегации;  $G$  - градиент скорости в турбулентном потоке;  $\beta$  - удельная скорость убывания хлопьев;  $k_4$  - константа скорости окисления продуктов автолиза,  $k_1$  - скорость эрозии хлопьев,  $m$  - константа,  $\lambda$  - скорость убывания

дисперсных бактерий;  $k_3$  - константа скорости образования продуктов автолиза,  $Y$  - коэффициент трансформации.

В (1) первое слагаемое справа соответствует стандартной модели Моно [9] и учитывает рост хлопьев, обусловленный потреблением субстрата. Второе слагаемое описывает увеличение концентрации хлопьев за счет процесса агрегации дисперсных бактерий в хлопья [4-5]. Третье слагаемое учитывает убывание хлопьев за счет их отмирания и хищнического уничтожения. Четвертое слагаемое учитывает увеличение концентрации хлопьев за счет потребления продуктов автолиза, а пятое - распад хлопьев за счет эрозии, следствием чего является образование дисперсных бактерий [4-5].

В уравнении (2) первые два слагаемые взяты из работ [4-5], а последние три, введенные нами, учитывают уменьшение концентрации дисперсных бактерий за счет их убывания и увеличение концентрации дисперсных бактерий за счет потребления продуктов автолиза и субстрата.

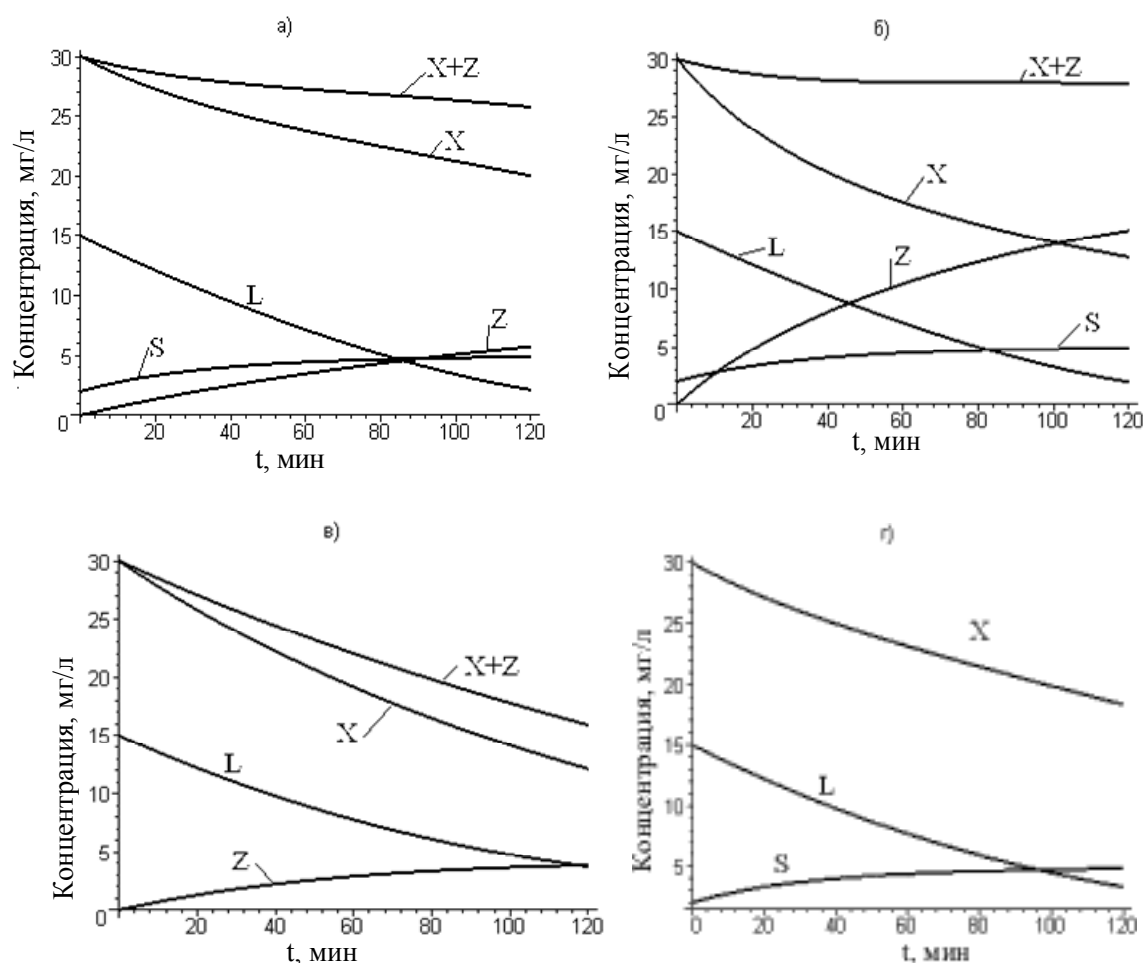
В уравнении (3) нами, в отличие от [6], учтено, что автолиз является результатом деятельности хлопьев и дисперсных бактерий, а уравнение (4) соответствует работе [11].

Система уравнений (1-4) содержит одиннадцать параметров, каждый из которых имеет определенный физический смысл и численное значение. В работах [4-9] на основе анализа экспериментальных исследований приведены значения для большинства из этих параметров, которые были получены для различных типов сточных вод и условий эксперимента.

Нами были проведены расчеты концентраций  $X$ ,  $Z$ ,  $S$ ,  $L$  при различных значениях указанных параметров с учетом данных работ [4-9], при начальных условиях  $L(0) = 15$  мг/л,  $X(0) = 30$  мг/л,  $Z(0) = 0$ ,  $S(0) = 2$  мг/л. Цель таких расчетов состояла в установлении степени влияния их значений на процессы в регенераторе, а результаты некоторых из них приведены на рис.1. Расчеты проводились до времени  $t = 120$  мин, которое соответствует реальному времени протекания регенерации в аэротенках комплекса биологической очистки «Диканевский».

Кривые на рис.1а получены при следующих значениях параметров:  $\mu = 3,75 \cdot 10^{-3}$  мин<sup>-1</sup>,  $K_L = 4,5$  мг/л,  $k_2 = 4 \cdot 10^{-8}$  мг/л,  $k_4 = 10^{-3}$  л/(мг · мин),  $k_1 = 7 \cdot 10^{-11}$  мин,  $G = 6 \cdot 10^3$  мин<sup>-1</sup>,  $\beta = 8 \cdot 10^{-3}$  мин<sup>-1</sup>,  $\lambda = 5 \cdot 10^{-3}$  мин<sup>-1</sup>,  $k_3 = 5 \cdot 10^{-3}$  (л · мин)/мг,  $Y = 0,57$ ,

$m = 2$ . Величини параметров  $\mu$ ,  $K_L$ ,  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $Y$ ,  $m$  взяты из [4-5].  
Использованное значение  $G$  согласно [4] соответствует минимальной скорости эрозии хлопьев.



**Рис. 1 – Зависимости концентраций  $X$ ,  $Z$ ,  $S$ ,  $L$  от времени: а) расчет при значениях параметров, приведенных в тексте; б) как и а), но при  $G = 1,2 \cdot 10^4 \text{ мин}^{-1}$ ; в) расчет без учета  $S$ ; г) расчет без учета  $Z$**

Результаты, приведенные на рис.1а для величин  $X+Z$  и  $L$ , качественно согласуются с результатами расчетов [4] на этапе отмирания бактерий. При этом значения параметров  $\beta$ ,  $k_4$ ,  $\lambda$ ,  $k_3$  были подобраны именно так, чтобы получить согласие с [4-5]. Однако, в отличие от [4-5], нами показано, что происходит существенный рост концентрации дисперсных бактерий на фоне уменьшения суммарной концентрации  $X+Z$ . Нам представляется, что указанный факт является принципиальным с точки зрения эффективности работы аэротенка.

Из сравнения результатов расчетов на рис.1а и 1б следует, что при увеличении градиента скорости в турбулентном потоке в два раза количество дисперсных бактерий на выходе из регенератора возрастает в три раза.

Из сравнения рис.1а и 1в следует, что пренебрежение процессами автолиза при неизменных параметрах расчетов приводит к существенно меньшим значениям концентраций  $X$  и  $X+Z$  на выходе из регенератора. Конечное значение  $L$  в этом случае больше, чем на рис.1а. Поэтому пренебрегать этим фактором, как это делается в большинстве работ [4, 5, 7-9], нельзя, по крайней мере, в первой рассматриваемой нами фазе.

Если пренебречь возникновением и ростом концентрации дисперсных бактерий  $Z$ , то в этом случае, как видно из рис.1а и 1г, концентрации хлопьев  $X$  на выходе из регенератора становятся меньше, а суммарное количество бактерий – даже значительно меньше. По существу это соответствует занижению количества микроорганизмов подготавливаемых для процесса биологической очистки.

**Выводы.** Проведенные нами расчеты показывают, что предложенная модель описания процессов, происходящих в регенераторе аэротенка, является внутренне непротиворечивой и качественно согласуется с результатами других работ. Важным отличием модели (1-4) от моделей [4-9] является введенное отдельное рассмотрение дисперсных бактерий. Показано, что их концентрация на выходе из регенератора существенно зависит от практически контролируемого режима перемешивания (параметр  $G$ ). Поэтому изменением величины  $G$  можно в зависимости от концентрации поступающего субстрата  $L$  создавать режим наиболее эффективной работы аэротенка.

## ЛИТЕРАТУРА

1. “Охрана поверхностных вод от загрязнения” СанПиН № 4630-88. М.: Стройиздат, 1988. – 119 с.
2. О.А. Крюковська, А.О. Толок, С.А. Юдіна Стан техногенної безпеки на Україні. – Зб. тез міжнар. наук.-практ. конф. – Л.: ЛДУ БЖД, 2008. – С. 46-49.
3. О.О. Мацієвська, Л.І. Вовк Вплив поверхневого стоку на стан водних об'єктів та методи забезпечення їх екологічної безпеки.

- 
- Зб. тез міжнар. наук.-практ. конф. – Л.: ЛДУ БЖД, 2008. – С. 54-57.
4. Вавилин В.А., Васильев В.Б. Математическое моделирование процессов биологической очистки сточных вод активным илом. М.: Наука, 1979. – 119 с.
  5. Вавилин В.А. Нелинейные модели биологической очистки и процессов самоочищения в реках. М.: Наука, 1983. – 158 с.
  6. Олійник О.Я., Зябліков С.М. Особливості моделювання очистки стічних вод у системі аеротенк-відстійник-регенератор Зб.наук.пр. “Проблеми водопостачання, водовідведення та гідравліки”. — Київ: - Вип. 4, 2005. — С. 46-53.
  7. Гюнтер Л.И., Запрудский Б.С. К выбору математической модели процесса биохимической очистки сточных вод. – Микробиологическая промышленность, 1971, №5 – С.14 - 18.
  8. Жмур Н.С. Технологические и биохимические процессы очистки сточных вод на сооружениях с аэротенками. – М. Акварос, 2003. – 512 с.
  9. Monod J. La technique de culture continue theorie and applications. – Ann. Institut Pasteur, 1950. – 79 с.
  10. Горносталь С.А., Созник А.П. Описание процессов, происходящих в системе аэротенк – вторичный отстойник, и их физическое моделирование. Наук.-техн. зб. Серія: Технічні науки та архітектура, вип.81. – Киев: Техніка, 2008. – С. 133-139.
  11. Горносталь С.А., Созник А.П. Построение математической модели процессов, происходящих в регенераторе аэротенка.- Харків: УЦЗУ, 2008. – С.51-57.  
nuczu.edu.ua