

*А.Я. Шаршанов, канд. ф.-м. н., доцент, НУГЗУ*

## **МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВСПУЧИВАЮЩИХСЯ ОГНЕЗАЩИТНЫХ ПОКРЫТИЙ**

(представлено д-ром техн. наук Андроновым В.А.)

Построена модель нагревания вспучивающегося огнезащитного покрытия, единым образом описывающая процессы теплопереноса, термического разложения, испарения, вспучивания и уноса массы. Покрытие рассматривается как смесь веществ с изменяющимся составом, которая при вспучивании ведет себя подобно жидкости.

**Ключевые слова:** математическая модель, вспучивание, смесь, теплоперенос, делокализация

**Постановка проблемы.** В связи с тем, что пожар означает существование высокотемпературных источников тепла, защита тел от нагревания остается актуальной задачей обеспечения пожарной безопасности. Одним из распространенных способов защиты является нанесение теплоизоляционных покрытий. Целью данной работы является построение математической модели для расчета температуры поверхности тела, защищенной слоем теплоизоляционного материала, способного вспучиваться.

**Анализ последних достижений и публикаций.** В связи с большим практическим значением рассматриваемой проблеме посвящено значительное количество как экспериментальных, так и теоретических работ [1, 2]. Как правило, эксперименты охватывают обе стадии процесса теплозащиты - и вспучивание покрытия и дальнейший теплоперенос в образующемся при вспучивании пористом материале. Теоретические части исследований посвящены обычно отдельным этапам теплозащиты. Даже в этой ситуации в связи со сложностью задачи количество аналитических результатов незначительно и охватывают они отдельные аспекты проблемы (см. например [3]). Все более широкие теоретические исследования проводятся при помощи численного решения соответствующих математических моделей [4].

Данная работа является попыткой описать в рамках единого подхода обе стадии функционирования теплозащитного покрытия.

**Постановка задачи и ее решение.** В работе предлагается модель поведения вспучивающегося при нагревании покрытия, соответствующая следующей последовательности физических процессов. Первоначально защитное покрытие представляет собой сплошное вещество с незначительным содержанием (либо вообще без) вкраплений газовой фазы. Нагревание происходит от одной из поверхностей покрытия. По мере повышения температуры покрытия содержание газовой фазы (вследствие химического распада либо просто фазового пе-

рехода) и давление в ней нарастают. Рост температуры приводит к текучести материала, реализующей возможность значительного роста объема газовой компоненты. Начало этого процесса (до стадии существенного объединения газовых областей) является вспучиванием без делокализации газа. В ходе дальнейшего нагревания удельный объем газовых областей может достичь критического значения, при котором происходит разрушение стенок между вкраплениями газа (вспучивание приводит к делокализации). В такой области движение газа становится неограниченным. Газ уносится из системы, снимая напряжение в данной области. Глубина области делокализации движения газа вслед за толщиной области прогрева покрытия нарастает в направлении от горячей поверхности. Описанная последовательность процессов отражена в предложенной математической модели.

Основой модели является взгляд на вещество покрытия, как на смесь более простых веществ (например: материал покрытия - трехкомпонентная смесь из исходного вещества и двух продуктов его термического распада, а конденсированная и газообразная фазы одного вещества являются разными компонентами смеси). В соответствии с таким взглядом состав вещества в точке с радиус-вектором  $\mathbf{r}$ ,  $m$ , в момент времени  $\tau$ ,  $s$ , будет задаваться набором концентраций  $\rho_i(\mathbf{r}, \tau) \equiv dm_i/dV$ , где  $dm_i$  – масса  $i$ -го компонента, кг, в малом объеме  $dV$ ,  $m^3$ , покрытия; удельная объемная изобарная теплоемкость вещества покрытия представима в виде

$$c'_p = \sum_i \rho_i \cdot c_{p,i}, \text{ Дж} \cdot \text{м}^{-3} \cdot \text{К}^{-1}, \quad (1)$$

где  $c_{p,i}(T)$  – удельная массовая изобарная теплоемкость  $i$ -го компонента,  $\text{Дж} \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{К}^{-1}$ , при абсолютной температуре  $T(\mathbf{r}, \tau)$ , К. Сумма  $\sum_i$  берется по всем  $n$  возможным компонентам.

Концентрации  $\rho_i(\mathbf{r}, \tau)$  удовлетворяют уравнениям материального баланса

$$\frac{\partial \rho_i(\mathbf{r}, \tau)}{\partial \tau} + \text{div}[\mathbf{w}_i \cdot \rho_i(\mathbf{r}, \tau)] = R_i, \quad (2)$$

где  $R_i(T, \boldsymbol{\rho})$  – объемная плотность скорости изменения массы  $i$ -го компонента,  $\text{кг} \cdot \text{м}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$ , вследствие его химических либо фазовых превращений; векторным символом  $\boldsymbol{\rho}$  отображено то обстоятельство, что величина  $R_i$  может зависеть от нескольких из  $n$  парциальных плотностей  $\rho_j$ . Явный вид функций  $R_i(T, \boldsymbol{\rho})$  считается известным.

Величина  $\mathbf{w}_i(\mathbf{r}, \tau)$  является усредненной по сечению покрытия среднерасходной скоростью движения  $i$ -го компонента относительно защищаемой поверхности,  $\text{м} \cdot \text{с}^{-1}$ . Все компоненты, не являющиеся газами, а также газовые компоненты в области локализации газа (область с  $x < x_{\text{кр}}$  на рисунке) движутся с одинаковой скоростью, а

именно скоростью остова  $w_{oc}(r, \tau)$ :

$$w_i(r, \tau) = w_{oc}(r, \tau).$$

При наличии области делокализации газа ( $x > x_{кр}$  на рисунке) в пренебрежении взаимной диффузией все газовые компоненты движутся с одинаковой скоростью

$$w_i(r, \tau) = w_{oc}(r, \tau) + w_r(r, \tau),$$

где  $w_r(r, \tau)$  – усредненная по сечению покрытия среднерасходная скорость движения газа относительно остова,  $m \cdot c^{-1}$ .

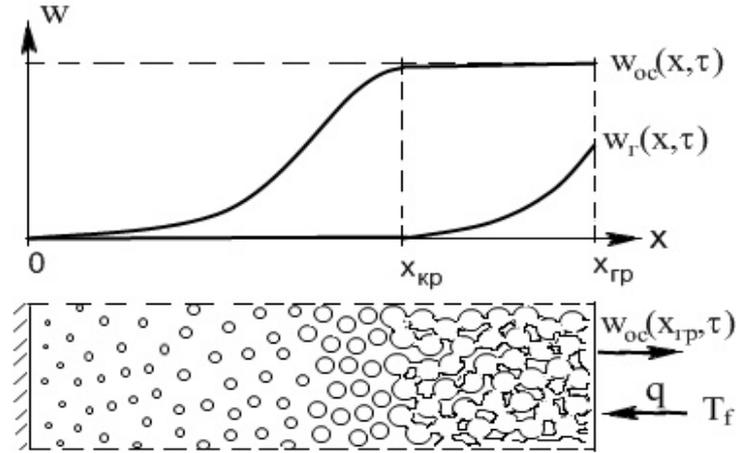


Рис. 1 – Графики зависимости скорости остова и скорости газовой компоненты покрытия от расстояния ( $x$ ) от защищаемой поверхности и пространственная схема структуры вспучивающегося покрытия.

Система  $n$  уравнений (2) дополняется соотношением энергетического баланса:

$$c'_p \cdot \left( \frac{\partial T}{\partial \tau} + w_{oc} \cdot \text{grad } T \right) - \text{div}(\lambda \cdot \text{grad } T) = - \sum_i h_i R_i - c'_{p,г} \cdot w_r \cdot \text{grad } T, \quad (3)$$

где  $\lambda(T, \rho)$  – коэффициент теплопроводности покрытия,  $Вт \cdot м^{-1} \cdot К^{-1}$ ;  $h_i(T)$  – энтальпия  $i$ -го компонента в расчете на единицу его массы,  $Дж \cdot кг^{-1}$ , взятая с учетом возможных химических и фазовых превращений;  $c'_{p,г}$  – удельная объемная изобарная теплоемкость газовой компоненты покрытия, равная

$$c'_{p,г} = \sum_i^{(г)} \rho_i \cdot c_{p,i}, \quad Дж \cdot м^{-3} \cdot К^{-1},$$

где символ  $\sum_i^{(г)}$  обозначает сумму по всем газовым компонентам.

Отметим, что в уравнении (3) последнее слагаемое отлично от нуля только в области делокализации газовых компонент ( $x > x_{кр}$  на рисунке). Уравнение (3) не учитывает вкладов в энергобаланс дви-

жения остова покрытия, деформационных напряжений в нем, взаимной диффузии компонент газа, вязкого трения.

Для разрешения системы  $(n+1)$  уравнений (2), (3), необходимо знать скорости остова  $\mathbf{w}_{oc}(\mathbf{r}, \tau)$  и газа  $\mathbf{w}_r(\mathbf{r}, \tau)$ .

Для определения  $\mathbf{w}_{oc}(\mathbf{r}, \tau)$  рассмотрим фиксированный малый элемент вещества покрытия, заполняющий объем  $dV$ . Учтя то, что скорость движения поверхностей данного элемента и есть  $\mathbf{w}_{oc}(\mathbf{r}, \tau)$ , рассмотрев поток вектора  $\mathbf{w}_{oc}(\mathbf{r}, \tau)$  через эти поверхности, получим требуемое соотношение

$$\begin{aligned} \operatorname{div}(\mathbf{w}_{oc}) &= \frac{1}{dV} \left[ \frac{d^2 V}{d\tau} \right] = \frac{1}{dV} \left[ \frac{d}{d\tau} \left( \sum_i dm_i \cdot v_i \right) \right] = \\ &= \sum_i \left( \frac{d^2 m_i}{dV d\tau} \cdot v_i + \frac{dm_i}{dV} \cdot \frac{dv_i}{d\tau} \right) = \sum_i \left( R_i \cdot v_i + \rho_i \cdot \frac{dv_i}{d\tau} \right). \end{aligned}$$

Здесь  $v_i(T, \sigma) \equiv dV_i/dm_i$ , - удельный объем  $i$ -го компонента,  $\text{м}^3 \cdot \text{кг}^{-1}$ , где  $dV_i$  и  $dm_i$  - объем и масса  $i$ -го компонента в объеме  $dV$  покрытия;  $\sigma(\mathbf{r}, \tau)$  - тензор напряжений в данной области покрытия, Па.

Учтя, что в области вспучивания удельные объемы газовых компонент значительно больше, а плотности значительно меньше, чем такие же характеристики конденсированной фазы, можно упростить последнее уравнение:

$$\operatorname{div}(\mathbf{w}_{oc}) = \sum_i^{(r)} R_i \cdot v_i. \quad (4)$$

Рассматривая газовые компоненты как идеальные газы, можно связать их удельный объем с другими параметрами состояния:

$$v_i = \frac{R_0 \cdot T}{\mu_i \cdot P}, \quad (5)$$

где  $R_0 = 8314 \text{ Дж} \cdot \text{моль}^{-1} \cdot \text{К}^{-1}$  - универсальная газовая постоянная;  $\mu_i$  - молярная масса  $i$ -го компонента,  $\text{кг} \cdot \text{моль}^{-1}$ ;  $P(\mathbf{r}, \tau)$  - давление газа, Па, которое для локализованной газовой фазы определяется диагональными компонентами тензора напряжений покрытия  $\sigma$  в месте вкрапления газовой фазы. Определение этого давления требует либо решения не рассматриваемой здесь задачи теории упругости [5], либо модельных предположений, проверяемых экспериментально. В данной работе предполагается, что подобно жидкости

$$P = P_0 + \Delta P(T, v), \quad (6)$$

где  $P_0$  - давление во внешней среде, Па;  $\Delta P(T, v)$  - считающееся известным избыточное давление в газовых вкраплениях, Па, являющееся убывающей функцией, как температуры  $T$ , так и размера вкраплений, и

следовательно удельного объема вещества покрытия  $v$ ,  $\text{м}^3 \cdot \text{кг}^{-1}$ , равного

$$v(\mathbf{r}, \tau) = \frac{\sum_i \rho_i(\mathbf{r}, \tau) \cdot v_i(T(\mathbf{r}, \tau), \sigma(\mathbf{r}, \tau))}{\sum_i \rho_i(\mathbf{r}, \tau)}. \quad (7)$$

Отметим, что уравнение (4) является главным приближением в области локализованной газовой фазы ( $x < x_{\text{кр}}$  на рисунке). В соседней области делокализованной газовой фазы ( $x > x_{\text{кр}}$ ) избыток образующихся газов уходит из системы, не участвуя во вспучивании покрытия. Здесь уравнение, определяющее скорость движения остова покрытия, в основном приближении имеет вид

$$\text{div}(\mathbf{w}_{\text{ос}}) = 0. \quad (8)$$

Движение газа в области делокализации является течением вязкой жидкости в пористой среде. В связи с этим усредненная по сечению покрытия среднерасходная скорость этого движения задается соотношением [6]

$$\mathbf{w}_r = -C_w \cdot k_F \cdot \frac{L^2}{\rho_r \cdot \nu_r} \cdot \text{grad } P, \quad (9)$$

где  $C_w$  – определяемый структурой пор безразмерный коэффициент порядка единицы;  $k_F$  – доля площади сечения пор в площади сечения покрытия;  $L$  – средний размер поры, м;  $\nu_r$  – коэффициент кинематической вязкости газа,  $\text{м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$ ;  $\rho_r$  – приведенная к объему покрытия плотность газа, равная

$$\rho_r = \sum_i^{(r)} \rho_i, \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3}.$$

При записи последнего соотношения предполагается, что в области делокализации в каналах оказывается большая часть газовой фазы. Отметим, что среди газовых компонент в порах (при рассмотрении ситуации повторного прогревания) следует предусмотреть воздух.

Как отмечалось выше, поведение покрытия существенно зависит от возможности неограниченного движения газовой фазы. Мы предполагаем, что газы становятся делокализованными, когда удельный объем вещества покрытия  $v$  превышает некое критическое значение  $v_{\text{кр}}(T, \sigma)$ . В соответствии с этим представлением уравнение, определяющее положение границы области делокализации ( $x_{\text{кр}}$  на рисунке), имеет вид:

$$v(\mathbf{r}_{\text{кр}}, \tau) = v_{\text{кр}}(T(\mathbf{r}_{\text{кр}}, \tau), \sigma(\mathbf{r}_{\text{кр}}, \tau)). \quad (10)$$

где  $v$  определяется соотношением (7). Иными словами, решение

уравнения (10) ( $\mathbf{r}_{кр}(\tau)$ ) является уравнением движения границы области делокализации. В соответствии с этим величина

$$\mathbf{w}_{кр}(\tau) = \frac{d\mathbf{r}_{кр}(\tau)}{d\tau}$$

является скоростью движения границы области делокализации,  $\text{м}\cdot\text{с}^{-1}$ .

Задача прогрева вспучивающегося покрытия сводится к решению системы  $n+3$  уравнений (2)-(4) и (6) относительно неизвестных:  $n$  концентраций  $\rho_i(\mathbf{r}, \tau)$ , температуры  $T(\mathbf{r}, \tau)$ , давления  $P(\mathbf{r}, \tau)$  и скорости движения остова  $\mathbf{w}_{ос}(\mathbf{r}, \tau)$ . При наличии делокализованной газовой области добавляется неизвестная скорость движения газа  $\mathbf{w}_r(\mathbf{r}, \tau)$  и уравнение (9).

Граничными условиями к рассматриваемой системе уравнений является непрерывность потоков массы компонент и энергии на границах покрытия [7]. Напомним, что граница с защищаемой поверхностью ( $x=0$  на рисунке) является неподвижной и непроницаемой для вещества (то есть соответствующие потоки массы равны нулю), а движение внешней границы ( $x_{гр}$  на рисунке) описывается уравнением

$$\frac{d\mathbf{r}_{гр}(\tau)}{d\tau} = \mathbf{w}_{ос}(\mathbf{r}_{гр}(\tau), \tau), \quad \mathbf{r}_{гр}(0) = \mathbf{r}_{гр.0}, \quad (11)$$

где  $\mathbf{r}_{гр.0}$  - начальная координата внешней стороны покрытия. Внешняя граница покрытия проницаема только для газовых компонент в случае попадания ее в область делокализации. Условие непрерывности потока энергии на этой границе имеет вид:

$$-\lambda|_{гр} \cdot \frac{\partial T}{\partial n}|_{гр} + [c'_{p,r} \cdot \mathbf{w}_r \cdot (T - T_0)]|_{гр} = q, \quad (12)$$

где символом  $\partial/\partial n$  обозначена составляющая градиента по нормали к поверхности; символ  $|_{гр}$  - указывает на взятие величин у граничной поверхности;  $T_0$  - температура начала отсчета энтальпии, К;  $q$  - падающий на поверхность покрытия удельный тепловой поток от внешних источников,  $\text{Вт}\cdot\text{м}^{-2}$ , который в случае теплообмена с горячей средой задается соотношением  $q = \alpha \cdot [T|_{гр} - T_f]$ , где  $\alpha$  - коэффициент теплоотдачи данной поверхности во внешнюю среду,  $\text{Вт}\cdot\text{м}^{-2}\cdot\text{К}^{-1}$ ;  $T_f$  - температура среды, К.

Если в процессе прогрева меняется характер локализации газа в покрытии, то решение также разбивается на две пространственных области. На соответствующей внутренней границе (в одномерном случае  $x = x_{кр}$  на рисунке) непрерывными является температура, дав-

ление, скорость движения остова, потоки массы компонент, что в случае газовых компонент дает дополнительное соотношение

$$\left[ \rho_i \cdot (\mathbf{w}_{\text{ос}} - \mathbf{w}_{\text{кр}}) \right]_{x_{\text{кр}}-0} = \left[ \rho_i \cdot (\mathbf{w}_{\Gamma} + \mathbf{w}_{\text{ос}} - \mathbf{w}_{\text{кр}}) \right]_{x_{\text{кр}}+0}, \quad (13)$$

где символ  $\left|_{x_{\text{кр}}\pm 0}$  - указывает на взятие величин на соответствующей стороне граничной поверхности.

На этой границе непрерывность потока энергии, непрерывности потока массы и пренебрежение изменением энергии покрытия при переходе от локализованных к делокализованным газовым областям приводит к условию непрерывности теплового потока

$$-\left[ \lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial n} \right]_{x_{\text{кр}}-0} = -\left[ \lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial n} \right]_{x_{\text{кр}}+0}. \quad (14)$$

Сразу же отметим, что величина коэффициента теплопроводности  $\lambda$  по разные стороны от границы делокализации отличается. Действительно, в случае значительного объема газовой фазы, имеющей пренебрежимо малую теплопроводность, коэффициент теплопроводности вспученного материала можно оценить соотношением

$$\lambda(\mathbf{r}, \tau) = C_{\lambda} \cdot \lambda_0 \cdot \frac{\sum_i^{(\kappa)} \rho_i(\mathbf{r}, \tau) \cdot v_i(\mathbf{r}, \tau)}{\sum_i \rho_i(\mathbf{r}, \tau) \cdot v_i(\mathbf{r}, \tau)}. \quad (15)$$

где  $\lambda_0$  – коэффициент теплопроводности сплошного материала покрытия,  $\text{Вт} \cdot \text{м}^{-1} \cdot \text{К}^{-1}$ ;  $C_{\lambda}$  - меньший единицы безразмерный множитель, зависящий от структуры остова; символ  $\sum_i^{(\kappa)}$  обозначает сумму по всем не

газовым (конденсированным) компонентам. При переходе от локализованного к делокализованному состоянию в правой части соотношения (15) изменяется множитель  $C_{\lambda}$ . Он уменьшается, что отражает уменьшение коэффициента теплопроводности вследствие разрыва связей в конденсированной (и потому теплопроводящей) части покрытия.

Начальным условием рассматриваемой задачи естественно принять однородное распределение плотностей компонент  $\rho_i(\mathbf{r}, \tau)$ , температуры  $T(\mathbf{r}, \tau)$  и давления в покрытии, а также нулевое значение скоростей.

**Выводы.** Рассмотрена математическая модель прогревания вспучивающегося огнезащитного покрытия, базирующаяся на законах сохранения вещества и энергии. Основой подхода являются взгляд на покрытие, как на смесь, состоящую из исходных веществ и продуктов их преобразований, среди которых есть газ, рост объема которого при нагревании является причиной вспучивания. Упрощающим обстоя-

тельством является предположение о том, что при вспучивании остов покрытия ведет себя подобно жидкости. Предложенный подход позволил в рамках единой модели описывать вызванные нагреванием от внешнего теплового потока процессы теплопереноса, термического разложения, испарения, вспучивания и уноса массы.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Ненахов С.А. Физико-химия вспучивающихся огнезащитных покрытий на основе полифосфата аммония. / С.А. Ненахов, В.П. Пименова // Пожаровзрывобезопасность. – 2010. – Т.19., №8. – С. 11-58.
2. Киреев А.А. Термогравиметрические исследования огне-тушащих и огнезащитных гелей. / А.А. Киреев // Проблемы пожарной безопасности. – 2006. – вып. 20. – С. 86-89.
3. Шаршанов А.Я. Теоретические аспекты высыхания геля при пожаре. / А.Я. Шаршанов // Проблемы пожарной безопасности. – 2008. – вып. 23. – С. 221-229.
4. Страхов В.Л. Математическое моделирование работы водосодержащих вспучивающихся огнезащитных покрытий. / В.Л. Страхов, А.Н. Гаращенко, В.П. Рудзинский // Пожаровзрывобезопасность. – 2003. – Т.12., №1. – С. 39-46.
5. Ландау Л.Д. Теоретическая физика: Т.7. Теория упругости. / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. – М.: Наука, 1987. – 248 с.
6. Ландау Л.Д. Теоретическая физика: Т.6. Гидродинамика. / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. – М.: Наука, 1986. – 736 с.
7. Франк-Каменецкий Д.А. Диффузия и теплопередача в химической кинетике. / Давид Альбертович Франк-Каменецкий – М.: Наука, 1967. – 491 с.

nuczu.edu.ua

А.Я. Шаршанов

### **Математична модель вогнезахисних покриттів, що спучуються**

Побудована модель нагрівання вогнезахисного покриття, яке спучується, яка єдиним чином описує процеси теплопереносу, термічного розкладання, випаровування, спучування і винесення маси. Покриття розглядається як суміш речовин з змінним складом, що при спученні поводить себе подібно до рідини.

**Ключові слова:** математична модель, спучування, суміш, теплоперенос, делокалізація

A.Ya. Sharshanov

### **Mathematical model of swelling fire protective coatings**

A model of heat intumescent fire retardant coating, in a unified manner describing the processes of heat transfer, thermal decomposition, evaporation, swelling and mass loss. Coverage is seen as a mixture of substances with variable composition, which, when swelling behaves like a liquid.

**Keywords:** mathematical model, swelling, mix, heat transfer, delocalization.