

*А.Е. Басманов, д.т.н., профессор, гл. науч. сотр., НУГЗУ,
И.А. Горпинич, нач. УПСЧ, НУГЗУ*

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗЛИВА ГОРЮЧЕЙ ЖИДКОСТИ В ПОЛОСЕ, ОГРАНИЧЕННОЙ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНЫМИ НАСЫПЯМИ

Построена математическая модель, описывающая динамику гравитационного растекания горючей жидкости в полосе, ограниченной железнодорожными насыпями, учитывающая влияние сил трения и силы поверхностного натяжения.

Ключевые слова: горючая жидкость, растекание, длина полосы разлива.

Постановка проблемы. Разливы горючих жидкостей на железнодорожном транспорте представляют особую опасность в связи с угрозой их воспламенения и дальнейшего распространения пожара на подвижной состав или технологические сооружения. Поэтому проектирование пожарной защиты сливно-наливных эстакад, разработка плана локализации и тушения пожара требуют оценок площади и формы разлива.

Анализ последних исследований и публикаций. В работе [1] построены математические модели теплового воздействия горящих разлитых жидкостей на подвижной состав. На динамику растекания, форму и площадь разлива оказывают влияние наклон местности и препятствия. К типовым ситуациям можно отнести:

- растекание на горизонтальной поверхности без ограничений;
- растекание в полуплоскости – имеет место при наличии препятствия в виде нижнего строения пути (железнодорожной насыпи);
- растекание в полосе – имеет место в случае, когда железнодорожное полотно проходит в ложбине, или вылив горючей жидкости произошел между железнодорожными насыпями.

Гравитационное растекание жидкостей для случая, когда препятствия отсутствуют, рассмотрено в [3, 4], но растекание жидкостей при наличии ограничений остается неисследованным.

Постановка задачи и ее решение. Целью работы является построение математической модели динамики гравитационного растекания горючей жидкости в полосе, ограниченной железнодорожными насыпями.

Поскольку железнодорожные насыпи расположены достаточно близко друг к другу, то будем пренебрегать временем, в течение кото-

рого жидкость растекается свободно, и будем сразу рассматривать ситуацию, когда жидкость уже достигла насыпей и растекается в прямоугольной полосе (рис. 1). По аналогии со свободным растеканием на жидкости на горизонтальной поверхности [], воспользуемся принципом гравитационного растекания.

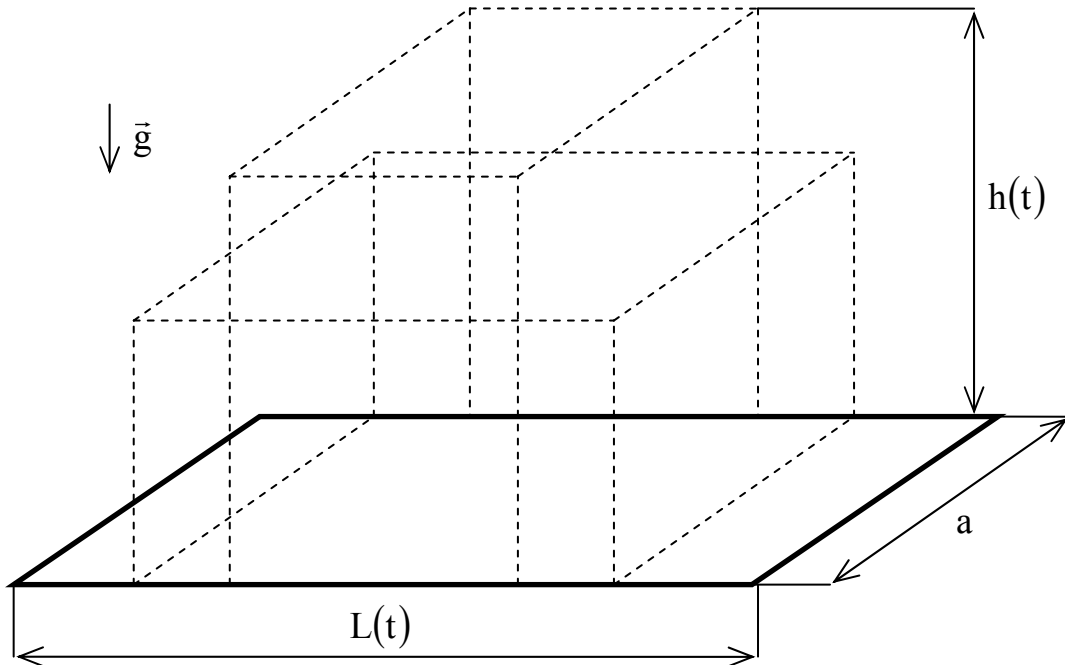


Рис. 1. Гравитационное растекание жидкости в форме параллелепипеда с постоянной шириной a

В начальный момент времени $t = 0$ жидкость представляет собой параллелепипед высотой h_0 и длиной L_0 . Под действием силы тяжести жидкость растекается, сохраняя в любой момент времени t форму параллелепипеда с длиной $L(t) \geq L_0$ и высотой $h(t) \leq h_0$ (рис. 1). При этом ширина параллелепипеда остается постоянной ($a = \text{const}$) и определяется расстоянием между насыпями.

Растекание слоя жидкости происходит вследствие того, что на свободные боковые грани параллелепипеда (не упирающиеся в насыпи) действует сила давления

$$F_d = \int_0^h 2a p(z) dz,$$

где $p(z)$ – давление на глубине z : $p(z) = \rho g z$; g – ускорение силы тяжести; ρ – плотность жидкости. Тогда

$$F_d = a p g h^2. \quad (1)$$

Растеканию жидкости препятствует сила поверхностного натяжения

$$F_{\text{нат}} = 2(L + a)\sigma, \quad (2)$$

где σ – коэффициент поверхностного натяжения жидкости. Растекание слоя жидкости на гладкой горизонтальной поверхности прекращается, когда силы (1) и (2) уравновешивают друг друга:

$$\rho g h^2 = 2(L + a)\sigma.$$

Высота слоя разлившейся жидкости связана с длиной разлива L соотношением: $h = V/(aL)$. Это означает, что растекание прекратится, когда длина разлива будет удовлетворять уравнению

$$\begin{aligned} \frac{\rho g V^2}{aL^2} &= 2(L + a)\sigma; \\ L^3 + aL^2 - \frac{\rho g V^2}{2a\sigma} &= 0. \end{aligned}$$

Разделим левую и правую часть уравнения на a^3 и перейдем к безразмерной длине разлива $\ell = L/a$:

$$\ell^3 + \ell^2 - \frac{\rho g V^2}{2a^4\sigma} = 0. \quad (3)$$

Только один из трех корней уравнения (3) имеет физический смысл:

$$\ell = \frac{1}{6} \left(108c + 12\sqrt{81c^2 - 12c - 8} \right)^{1/3} + \frac{2}{3} \left(108c + 12\sqrt{81c^2 - 12c - 8} \right)^{-1/3} - \frac{1}{3},$$

где $c = \frac{\rho g V^2}{2a^4\sigma}$. При этом толщина слоя жидкости будет составлять

$$h_{\text{min}} = \frac{V}{a^2\ell}. \quad (4)$$

В отличие от свободного разлива, толщина слоя при разливе в полосе зависит не только плотности жидкости и ее поверхностного натяжения, но и от ее объема, а также ширины полосы.

Рассмотрим теперь растекание жидкости при ее истечении из емкости, предполагая, что объемный расход жидкости, вытекающей из емкости, определяется зависимостью

$$v = v(t). \quad (5)$$

Тогда масса и объем разлившейся жидкости равны, соответственно,

$$V(t) = \int_0^t v(\tau) d\tau, \quad m(t) = \rho \int_0^t v(\tau) d\tau. \quad (6)$$

Подставляя в (1) выражение для высоты параллелепипеда, получим

$$F_d = \rho g h^2 = \rho g \left(\frac{V}{aL} \right)^2 = \rho g \frac{V^2}{a^2 L^2} = \frac{\rho g V^2(t)}{aL^2}. \quad (7)$$

Учтем силу вязкого трения $F_{тр}$, возникающую при движении жидкости [5]:

$$F_{тр} = 0,455 (\lg Re)^{-2,58} \frac{\rho w^2}{2} S, \quad (8)$$

где w – скорость движения жидкости в горизонтальном направлении; S – площадь соприкосновения: $S = aL$; Re – число Рейнольдса $Re = wL_1/v$; L_1 – характерный размер; v – кинематическая вязкость жидкости (m^2/c). Полагая характерный размер равным половине длины разлива, получим

$$F_{тр}(R) = 0,455 \left(\lg \frac{L'L}{2v} \right)^{-2,58} \frac{\rho(L')^2}{2} aL, \quad (9)$$

где $L' = w$ – скорость растекания жидкости. С учетом того, что сила трения направлена противоположно направлению движения, формула (9) примет вид

$$F_{\text{тр}}(R) = -0,455 \left(\lg \frac{|L'|L|}{2\nu} \right)^{-2,58} \frac{\rho |L'|L'|}{2} aL. \quad (10)$$

Кроме того, движение жидкости будет замедляться за счет диссипации кинетической энергии турбулентного движения. В [3] приведена ее оценка, построенная на основании [2]:

$$F_{\text{турб}} = -\frac{c_d c_1^3}{L_{\text{max}} \sqrt{2}} \rho V(t) w |w|,$$

где $c_d = 0,09$, $c_1 = 0,25$ – эмпирические константы; $w = L'$; L_{max} – масштаб турбулентности (максимальный размер вихря), принимаемый равным толщине слоя жидкости:

$$L_{\text{max}} \approx h(t) = \frac{V(t)}{aL}.$$

Тогда

$$F_{\text{турб}} = -\frac{c_d c_1^3}{\sqrt{2}} aL \rho w |w|. \quad (11)$$

В соответствии со вторым законом Ньютона под воздействием сил давления, трения и поверхностного натяжения цилиндрический слой жидкости будет двигаться с ускорением $w' = L''$ в горизонтальном направлении:

$$F_d + F_{\text{тр}} + F_{\text{турб}} - F_{\text{нат}} = mw'. \quad (12)$$

Объединяя (2), (7), (10)-(12), получим

$$\rho V(t) L'' = \frac{\rho g V^2(t)}{aL^2} - 0,455 \left(\lg \frac{|L'|L|}{2\nu} \right)^{-2,58} \frac{\rho |L'|L'|}{2} aL - \frac{c_d c_1^3 aL \rho |L'|L'|}{\sqrt{2}} - 2(L+a)\sigma.$$

Разделив левую и правую часть на $\rho V(t)$, получим

$$L'' = \frac{gV(t)}{aL^2} - 0,455 \left(\lg \frac{|L'|L|}{2\nu} \right)^{-2,58} \frac{|L'|L'|}{2V(t)} aL - \frac{c_d c_1^3 aL |L'|L'|}{\sqrt{2}V(t)} - \frac{2(L+a)\sigma}{\rho V(t)}. \quad (13)$$

Уравнение (13) представляет собой нелинейное дифференциальное уравнение второго порядка относительно длины разлива и описывает динамику изменения длины разлива во времени. В качестве начальных условий могут быть приняты $L(0) = L_0 = a$, $L'(0) = 0$.

В случае, когда вытекание жидкости происходит с постоянным объемным расходом v в течение интервала времени $(0, t_0)$, то

$$V(t) = \begin{cases} 2a^2 \sqrt{\sigma/\rho g} + vt, & t < t_0, \\ 2a^2 \sqrt{\sigma/\rho g} + vt_0, & t \geq t_0. \end{cases}$$

В качестве примера на рис. 2 приведено изменение длины полосы разлива мазута во времени при ее истечении с объемным расходом $v = 10$ л/с в течение времени $t_0 = 100$ с.

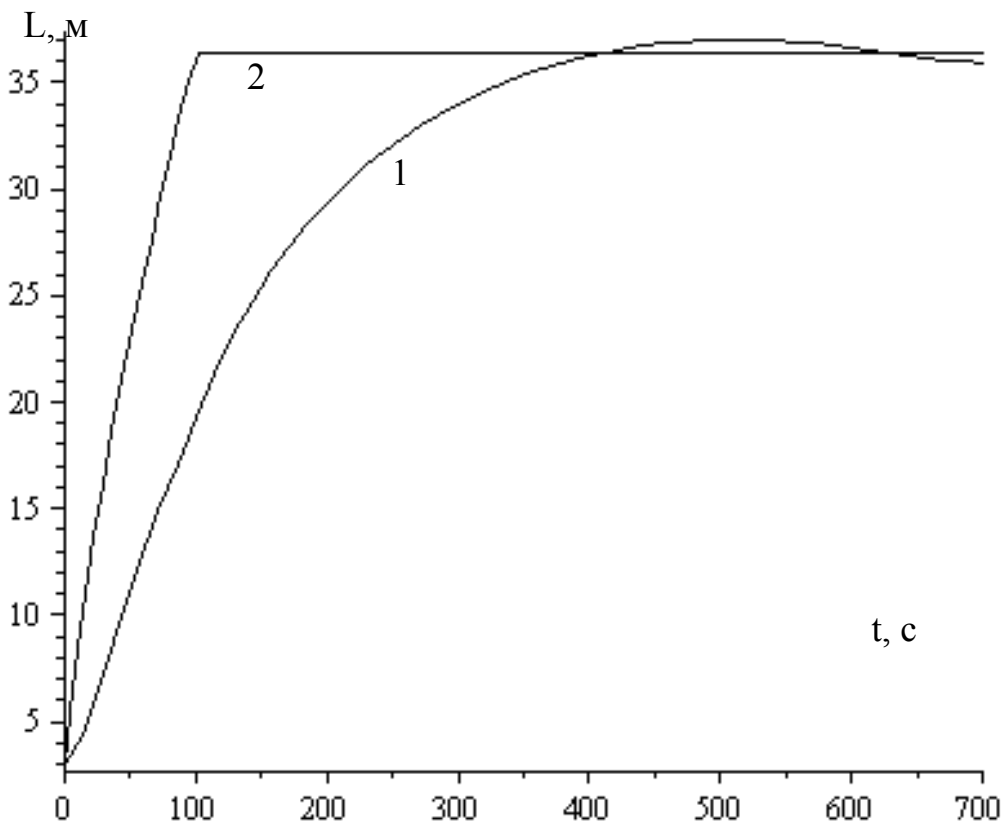


Рис. 2. Изменение длины полосы разлива мазута с течением времени: 1 – длина полосы; 2 – предельное значение длины полосы для данного объема жидкости

Предельное значение длины полосы разлива (линия 2 на рис. 2), соответствующее текущему объему разлившейся жидкости, и определено по формуле (3). Физические характеристики мазута приняты $\rho = 900$ кг/м³, $\sigma = 0,03$ Н/м, $v = 4 \cdot 10^{-6}$ м²/с.

Как и в случае со свободным растеканием жидкости на горизонтальной поверхности [3], наличие сил трения замедляет растекание жидкости: время достижения разливом максимальной длины составляет около 400 с, хотя вытекание жидкости длится лишь 100 с.

Выводы. Построена математическая модель, описывающая динамику гравитационного растекания горючей жидкости в полосе, ограниченной железнодорожными насыпями, учитывающая влияние сил трения и сил поверхностного натяжения. Показано, что зависимость длины полосы разлива от времени описывается нелинейным дифференциальным уравнением второго порядка.

ЛИТЕРАТУРА

1. Абрамов Ю.О. Математична модель пожежі нафтопродукту на залізничному транспорті / Ю.О. Абрамов, М.Р. Байтала // Пожежна безпека: теорія і практика: Збірник наукових праць. – Черкаси: АПБ ім. Героїв Чорнобиля, 2009. – №4. – С. 10-13.

2. Белов И.А. Моделирование турбулентных течений / И.А. Белов, С.А. Исаев. – СПб: Балт. гос. техн. ун-т, 2001. – 108 с.

3. Горпинич И.А. Моделирование динамики разлива горючей жидкости на горизонтальной поверхности / И.А. Горпинич // Пожарная безопасность. – Харьков: НУГЗУ, 2012. – Вып. 32. – С. 50-56.

4. Козлитин А.М. Количественный анализ риска возможных разливов нефти и нефтепродуктов / А.М. Козлитин, А.И. Попов, П.А. Козлитин // Управление промышленной и экологической безопасностью производственных объектов на основе риска. – Саратов: СГТУ, 2005. – С. 135-160.

5. Луканин В.Н. Теплотехника / В.Н. Луканин, М.Г. Шатров, Г.М. Камфер и др. – М.: Высш. шк., – 2002. – 671 с.

nuczu.edu.ua

О.Є. Басманов, І.А. Горпинич

Моделювання розливу горючої рідини у смугі, обмеженій залізничними насипами

Побудовано математичну модель, що описує динаміку гравітаційного розтікання горючої рідини у смугі, обмеженій залізничними насипами, і яка враховує вплив сили тертя і сили поверхневого натягу.

Ключові слова: горюча рідина, розтікання, довжина смуги розливу.

A.E. Basmanov, I.A. Gorpnich

Modeling the flammable liquids spill on the surface bounded by the railway embankment

Mathematical model of flammable liquids spill dynamics on horizontal surface bounded by railway embankment is constructed. It considers gravitational force, friction force, surface tension.

Keywords: flammable liquids, spill, length of spill band.