

*Е.А. Рыбка, к.т.н., ст. научн. сотр., НУГЗУ,  
В.М. Гвоздь, к.т.н., доцент, нач. УГСЧС Украины в Черкасской обл.*

**СИНТЕЗ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОПИСАНИЯ  
УПРАВЛЯЮЩЕГО ВОЗДЕЙСТВИЯ НА НАГРЕВАТЕЛЬНЫЕ  
ЭЛЕМЕНТЫ ТЕРМИЧЕСКОГО КОМПЛЕКСА ДЛЯ  
ИСПЫТАНИЙ ОБРАЗЦОВ СТРОИТЕЛЬНЫХ  
КОНСТРУКЦИЙ НА ОГНЕСТОЙКОСТЬ**

(представлено д-ром техн. наук Абрамовым Ю.А.)

Реализована серия экспериментов направленных на изучение динамических характеристик термического комплекса. Проведена идентификация передаточных функций комплекса и температурного датчика. Проанализированы погрешности рассогласования между экспериментальными и теоретическими данными. Сформулированы требования к сигналу управления для воспроизведения необходимых режимов нагрева.

**Ключевые слова:** предел огнестойкости, режим нагрева, эксперимент, термический комплекс, сигнал управления, динамические характеристики, передаточная функция, погрешность рассогласования, преобразования Лапласа.

**Постановка проблемы.** Для сокращения материального ущерба, обеспечения безопасности и возможности проведения аварийно-спасательных работ необходимо применять эффективные технические мероприятия, направленные на обеспечение нормированной огнестойкости элементов строительных конструкций.

Наряду с развитием теоретико-методического обеспечения расчетно-экспериментальных методов определения пределов огнестойкости строительных конструкций возникает необходимость в усовершенствовании испытательного оборудования для их реализации.

**Анализ последних исследований и публикаций.** Современные малогабаритные испытательные печи [1-3], ориентированные на решение задач по обеспечению требуемых пределов огнестойкости строительных конструкций, имеют простую систему управления нагревательным устройством, что препятствует корректной реализации необходимых законов изменения температуры в их рабочем пространстве. Также отсутствует процедура формирования математического описания входного воздействия системы управления для воспроизведения произвольных температурных законов в таких печах.

**Постановка задачи и ее решение.** С целью формирования требований к сигналу управления для воспроизведения необходимых температурных режимов, требует решения задача идентификации пе-

редаточной функции разработанного термического комплекса [4] для испытаний образцов строительных конструкций на огнестойкость  $W(p)$ , которая может быть записана в виде

$$W(p) = W_0(p) W_T(p), \quad (1)$$

где  $W_0(p)$  – передаточная функция нагревательного устройства с системой управления;  $W_T(p)$  – передаточной функции температурного датчика.

Решение задачи по идентификации модели термического комплекса предполагалось с использованием стратегии реализации активного эксперимента [5]. На вход подавался специально сформированный тестовый сигнал управления, который описывается функцией Хэвисайда. Это позволило получить необходимую информацию о динамических свойствах комплекса (рис. 1, кривая 1) при минимальном объеме первичных экспериментальных данных и соответственно при минимальной трудоемкости опытных работ.

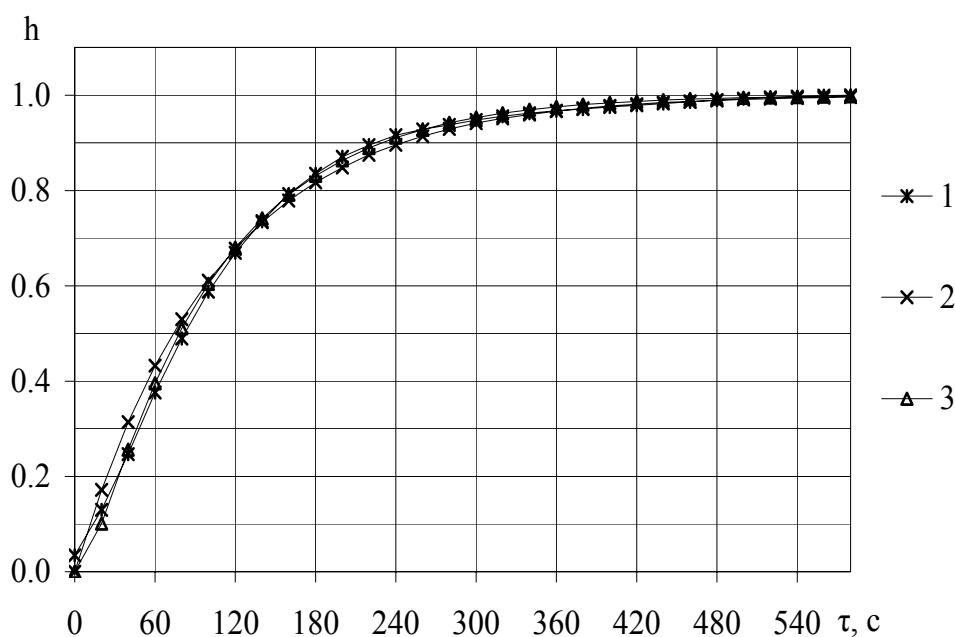


Рис. 1. Динамических характеристик термического комплекса: полученные экспериментально  $h_3(\tau)$  – 1; в результате процедуры идентификации  $h_1(\tau)$  – 2,  $h_2(\tau)$  – 3

Анализ экспериментальных данных, свидетельствует о том, что динамические свойства термического комплекса могут описываться моделью вида

$$h(\tau) = 1 - \exp\left(-\frac{\tau}{T}\right), \quad (2)$$

которая представляет собой приведенную переходную функцию, где  $T$  – постоянной времени, подлежащая идентификации.

Для идентификации параметра  $T$  применялся способ [6], предполагающий применение интегрирующих операторов, реализация которого сводится к выражению

$$T = \int_0^{\infty} [1 - h_3(\tau)] d\tau \approx \sum_{i=0}^n [1 - h_3(\tau_{i+1})] \cdot (\tau_{i+1} - \tau_i). \quad (3)$$

С использованием выражения (3) и экспериментальных данных, определена величина постоянных времени термического комплекса  $T(\tau)$ , которая составляет 103,8с. График  $h_1(\tau)$  для этого значения постоянной времени представлен на рис. 1 (кривая 2).

Определив погрешность рассогласования между динамическими характеристиками термического комплекса, полученными экспериментально и в результате процедуры идентификации  $|h_3(\tau) - h_1(\tau)|$ , установлено, что максимальное значение погрешности составляет 6,8%. Это указывает на необходимость дальнейшего уточнения модели  $h(\tau)$ .

Уменьшение погрешности идентификации переходной функции термического комплекса возможно путем использования аппроксимирующей функции  $h_2(\tau)$ , имеющей вид

$$h_2(\tau) = 1 - \sum_{i=1}^2 a_i \exp(-b_i \tau), \quad (4)$$

где  $a_i$ ,  $b_i$  – параметры идентификации, подлежащие определению, причем

$$\sum_{i=1}^2 a_i = 1. \quad (5)$$

Если  $b_1 = T_1^{-1}$  и  $b_2 = T_2^{-1}$ , то

$$a_1 = -T_1(T_1 - T_2)^{-1}, \quad a_2 = T_2(T_1 - T_2)^{-1}. \quad (6)$$

Значения постоянных времени термического комплекса  $T_1$  и  $T_2$  определялись с использованием метода Ольденбурга-Сарториуса [5] и соответственно равны 94,9с и 12,1с.

В соответствии с (4-6) имеем

$$h_2(\tau) = 1 + 1,146 \exp(-0,0105 \tau) - 0,146 \exp(-0,0828 \tau). \quad (7)$$

На рис. 1 (кривая 3) приведен график для зависимости (7), при

этом максимальное значение погрешности рассогласования между переходными функциями  $h_1(\tau)$  и  $h_2(\tau)$  не превышает 3,5%.

С использованием зависимости (4) получено выражение для передаточной функции термического комплекса  $W(p)$

$$W(p) = L\left[\frac{dh_2(\tau)}{d\tau}\right] = L\left[\sum_{i=1}^2 a_i b_i \exp(-b_i \tau)\right], \quad (8)$$

где  $L$  – оператор интегрального преобразования Лапласа.

С учетом (7) выражение для передаточной функции  $W(p)$  принимает вид [7]

$$W(p) = \frac{1}{(94,9p + 1)(12,1p + 1)}. \quad (9)$$

Для определения динамических характеристик температурного датчика (термопара ТХА-210) реализован эксперимент [8] в результате которого снимались показания с интервалом 5с термодатчика, внесенного в рабочее пространство печи термического комплекса прогретого до определенной температуры.

Кривые нормированных зависимостей показаний температурного датчика  $h_{T_3}(\tau)$  представлены на рис. 2. Здесь учтено соотношение

$$h_{T_3}(\tau) = \frac{t(\tau)}{t_{\max}}, \quad (10)$$

где  $t(\tau)$  – показания температурного датчика, а  $t_{\max}$  – максимальное значение показаний температурного датчика.

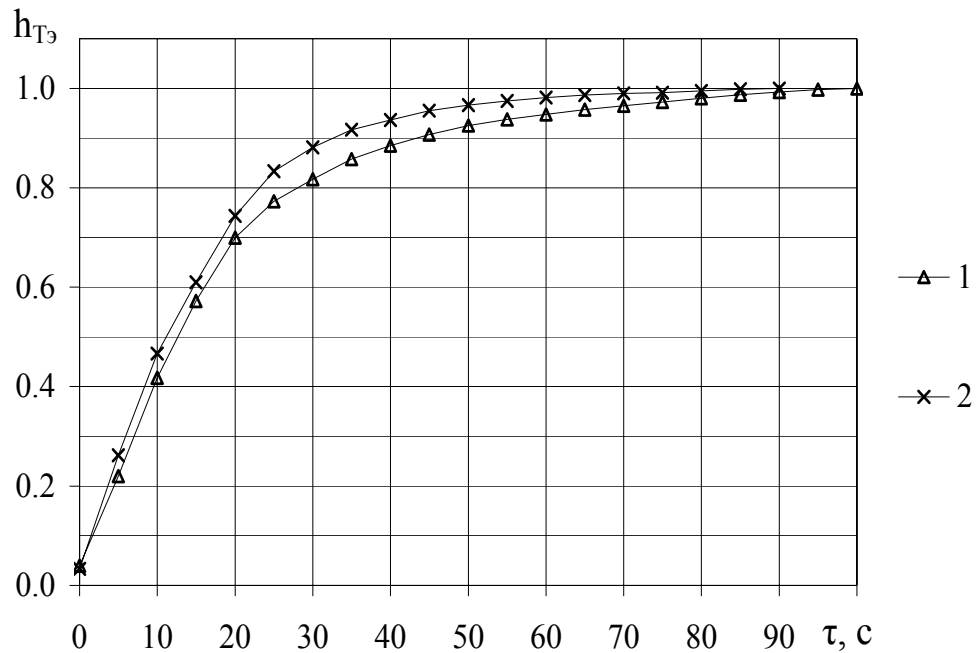
В результате численного интегрирования экспериментальных зависимостей (рис. 2) с использованием выражения (3), определены значения постоянной времени  $T_T$  термодатчика, помещенного в рабочую среду печи термического комплекса, прогретую до температуры 400°C и 600°C, которые соответственно равны 16,7с и 15,2с.

Для среднего значения  $T_T \approx 16с$  модель динамических характеристик температурного датчика термического комплекса принимает вид

$$h_T(\tau) = 1 - \exp\left(-\frac{\tau}{16}\right), \quad (11)$$

а выражение для передаточной функции

$$W_T = \frac{1}{(16p + 1)}. \quad (12)$$



**Рис. 2.** Нормированные зависимости показаний температурного датчика  $h_{T3}(\tau)$  при его помещении в рабочую среду печи термического комплекса прогретую до температуры: 1 – 400°C; 2 – 600°C

Среднее значение погрешности несогласования для динамических характеристик термодатчика термического комплекса, полученных экспериментально и в результате процедуры идентификации не превышает 1,5%, что указывает на отсутствие необходимости дальнейшего уточнения модели  $h_T(\tau)$ .

Учитывая выражения (1, 8), математическую модель термического комплекса можно представить в следующем виде

$$W(p) = \left[ \prod_{i=1}^2 (T_i p + 1) \right]^{-1} \quad (13)$$

С учетом (12) модель нагревательного устройства с системой управления термического комплекса сможет быть представлена в виде

$$W(p) = (T_T p + 1) \left[ \prod_{i=1}^2 (T_i p + 1) \right]^{-1} = \frac{t(p)}{\Delta(p)}, \quad (14)$$

где  $t(p)$  – изображение по Лапласу температуры в камере печи;  $\Delta(p)$  – изображение по Лапласу входного сигнала системы управления.

Изображение по Лапласу входного сигнала системы управления можно представить как

$$\Delta(p) = t(p) \left[ \prod_{i=1}^2 (T_i p + 1) \right] (T_T p + 1)^{-1} = \frac{t(p)}{W(p)}. \quad (15)$$

В общем виде изображение по Лапласу температуры в камере печи описывается выражением

$$t(p) = \sum_{j=0}^n \omega_j j! p^{-(j+1)}, \quad (16)$$

где  $\omega_j$  – параметр.

Тогда

$$\Delta(p) = (T_T p + 1)^{-1} \left[ \prod_{i=1}^2 (T_i p + 1) \right] \sum_{j=0}^n \omega_j j! p^{-(j+1)}. \quad (17)$$

Выражение для входного сигнала системы управления термическим комплексом соответствует оригиналу изображения по Лапласу

$$\Delta(\tau) = L^{-1}[\Delta(p)], \quad (18)$$

где  $L^{-1}$  – оператор обратного преобразования Лапласа.

Далее приведены характерные примеры синтеза управляющего воздействия на нагревательные элементы для температурных законов описанных полиномами первого и второго порядков.

Для случая когда  $j = 1$ . Температура в камере печи описывается выражением  $t(\tau) = \omega_1 \tau$ , а ее изображение по Лапласу –  $t(p) = \frac{\omega_1}{p^2}$ .

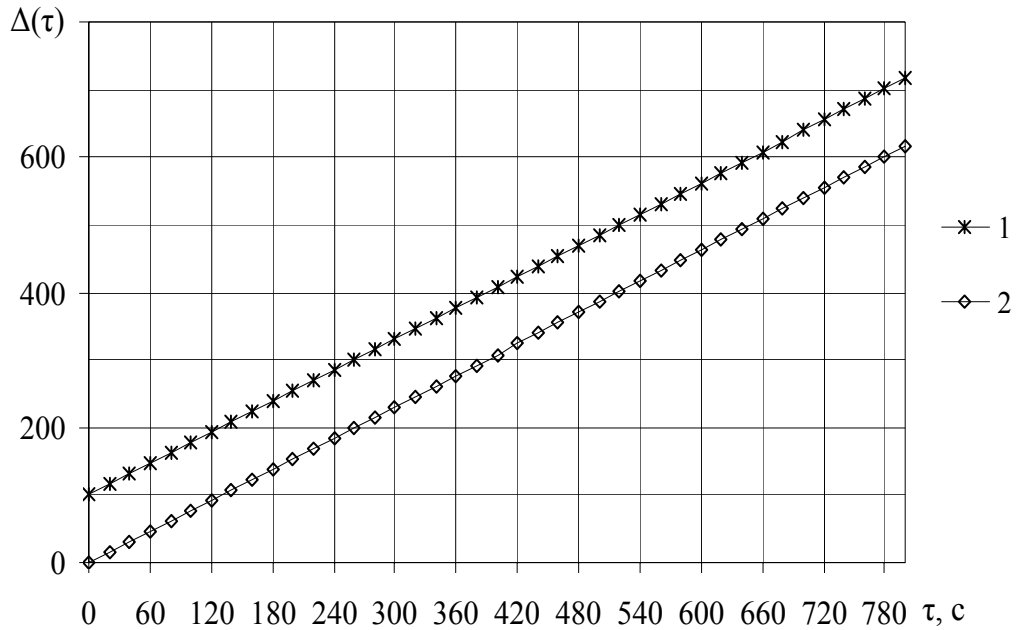
Входной сигнал системы управления в соответствии с (17) будет иметь вид

$$\begin{aligned} \Delta(p) &= \frac{\omega_1 (T_1 T_2 p^2 + (T_1 + T_2) p + 1)}{p^2 (T_T p + 1)} = \\ &= \frac{\omega_1 T_1 T_2}{T_T p + 1} + \frac{\omega_1 (T_1 + T_2)}{p (T_T p + 1)} + \frac{\omega_1}{p^2 (T_T p + 1)}. \end{aligned} \quad (19)$$

Применив оператор обратного преобразования Лапласа к функции (19) получаем оригинал

$$\Delta(\tau) = \omega_1 (T_1 + T_2) + \omega_1 (\tau - T_T) + \frac{\omega_1 T_1 T_2 - \omega_1 (T_1 + T_2) T_T + \omega_1 T_T^2}{T_T^2} e^{-\frac{\tau}{T_T}}. \quad (20)$$

Графический вид изменения температуры в камере печи и входного сигнала системы управления от времени при  $j = 1$  и  $\omega_1 = 1,0$  для точки 1 первого уровня термического комплекса приведен на рис. 3.



**Рис. 3.** Графики зависимостей  $\Delta(\tau)$  (1) и  $t(\tau)$  (2) при  $j = 1$  и  $\omega_1 = 1,0$  для точки 1 первого уровня термического комплекса

Случай, когда  $j = 2$ , т.е. изменение температуры в камере печи будет описываться выражением  $t(\tau) = \omega_2 \tau^2$  (рис. 4), а ее интегральное преобразование по Лапласу описывается выражением  $t(p) = \frac{2\omega_2}{p^3}$ .

Тогда изображение по Лапласу входного сигнала системы управления может быть представлено следующим образом

$$\begin{aligned} \Delta(p) &= \frac{2\omega_2(T_1 T_2 p^2 + (T_1 + T_2)p + 1)}{p^3(T_T p + 1)} = \\ &= \frac{2\omega_2 T_1 T_2}{p(T_T p + 1)} + \frac{2\omega_2(T_1 + T_2)}{p^2(T_T p + 1)} + \frac{2\omega_2}{p^3(T_T p + 1)}. \end{aligned} \quad (21)$$

Входной сигнал системы управления термического комплекса, имеет вид, представленный на рис. 4, а его аналитическое описание может быть представлено следующим образом

$$\begin{aligned} \Delta(\tau) &= 2\omega_2 T_1 T_2 + 2\omega_2(T_1 + T_2)(\tau - T_T) + \omega_2(\tau^2 - 2T_T \tau + 2T_T^2) + \\ &+ \left(2\omega_2(T_1 + T_2)T_T - 2\omega_2 T_T^2 - 2\omega_2 T_1 T_2\right) e^{-\frac{\tau}{T_T}}. \end{aligned} \quad (22)$$

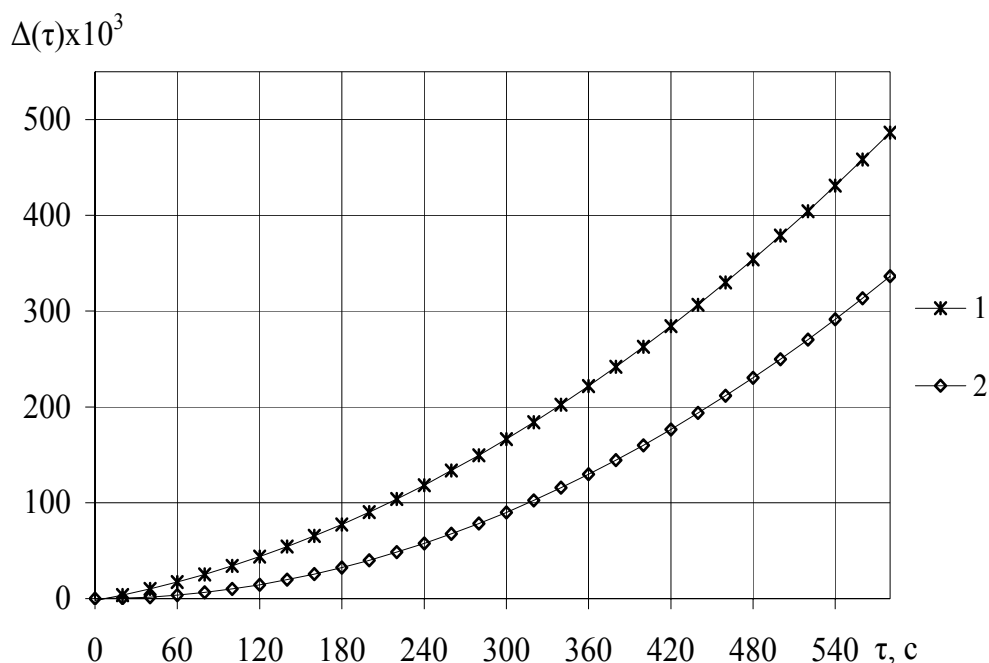


Рис. 4. Графики зависимостей  $\Delta(\tau)$  (1) и  $t(\tau)$  (2) при  $j = 2$  и  $\omega_2 = 1,0$  для точки 1 первого уровня термического комплекса

В общем случае входной сигнал системы управления термического комплекса будет иметь математическое описание, представляющее комбинацию субмоделей (18) для  $j = 0 \div 4$ . Окончательное решение о количестве субмоделей должно приниматься с учетом требуемого значения погрешности аппроксимации.

**Выводы.** Решена задача синтеза математического описания управляющего воздействия на нагревательные элементы термического комплекса для воспроизведения температурных законов описанных полиномиальными зависимостями при испытании образцов строительных конструкций на огнестойкость.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Определение теплоизолирующих свойств огнезащитных покрытий по металлу: Методика. – М.: ВНИИПО, 1998. – 19 с.
2. Огнезащитные составы для стальных конструкций. Общие требования. Метод определения огнезащитной эффективности: НПБ 236-97. – [Действующий с 1997-06-01, введены в действие приказом ГУГПС МВД РФ от 29 апреля 1997 г. N 25] . – М., 1997. – 8 с.
3. Поздєєв А.В. Урахування впливу модифікаторів бетону залізобетонних балок при розрахунковому визначенні їх вогнестійкості: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук : спец. 21.06.02 “Пожежна безпека” / А.В. Поздєєв. – Київ, 2012. – 22с.



4. Андронов В.А. Лабораторна установка для визначення вогнезахисних властивостей реактивних вогнезахисних покриттів для металевих конструкцій / В.А. Андронов, Є.О. Рибка // Проблеми пожарной безопасности. – Харьков: УГЗУ, 2009. – Вып. 26. – С. 3-11.

5. Балакирев В.С. Экспериментальное определение динамических характеристик промышленных объектов / В.С. Балакирев, Е.Г. Дуднопов, А.М. Цирлин. – М.: Энергия, 1968. – 342с.

6. Абрамов Ю.А. Терморезистивные тепловые пожарные извещатели с улучшенными характеристиками и методы их температурных испытаний / Ю.А. Абрамов, В.М. Гвоздь. – Х.: УГЗУ, 2005. – 121с.

7. Абрамов Ю.А. Основы пожарной автоматики / Ю.А. Абрамов. – Х.: ХПТУ, 1993. – 288с.

8. Рибка Є.О. Визначення динамічних характеристик термопари термічного комплексу / Є.О. Рибка // Матеріали II-ої Міжнародної науково-практичної конференції: Пожежна безпека: теорія і практика. – Черкаси, 2012. – С. 264-265.

Є.О. Рибка, В.М. Гвоздь

**Синтез математичного опису керуючого впливу на нагрівальні елементи термічного комплексу для випробувань зразків будівельних конструкцій на вогнестійкість**

Реалізована серія експериментів, направлених на вивчення динамічних характеристик термічного комплексу. Проведена ідентифікація передаточних функцій комплексу і температурного датчика. Проаналізовано похибки неузгодження між експериментальними і теоретичними даними. Сформульовані вимоги до сигналу управління для відтворення необхідних режимів нагріву.

**Ключові слова:** межа вогнестійкості, режим нагріву, експеримент, термічний комплекс, сигнал управління, динамічні характеристики, передаточна функція, похибка неузгодження, перетворення Лапласа.

E. Rybka, V. Gvozd'

**Synthesis of mathematical description of the control action on the heating elements of the thermal complex for testing samples of building constructions for fire resistance**

Implemented a series of experiments aimed at the study of dynamic characteristics of the thermal complex. Identification of the transfer functions of the complex and the temperature sensor. Analyzed error to the mismatch between the experimental and theoretical data. Requirements for signal control to play the necessary mode of heating.

**Keywords:** fire resistance, heating mode, experiment, thermal complex, control signal, dynamic characteristics, transfer function, with an error margin of error, Laplace transform.